

УДК 539.18

## ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ КОГЕРЕНТНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ В ПРИСУТСТВИИ СИЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А. Г. Петрашень, Н. В. Сытенко

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

apetrashen@mail.ru

В статье показано, что при когерентном возбуждении уровней системы, помещенной в сильное магнитное поле, при некоторых начальных состояниях системы возможно образование темных состояний.

**Ключевые слова:** Когерентное возбуждение, поляризация излучения, темные состояния.

### 1. Введение

Ранее, в работах [1], [2] было показано, что поляризационные явления, возникающие при возбуждении атомных уровней по  $\Lambda$  схеме в основном определяются недиагональными элементами матрицы плотности. Именно эти элементы ответственны за образование «темных состояний» и «явления деполяризации излучением» [3]. Наведение не диагональных элементов матрицы плотности низлежащих состояний возможно за счет внешнего анизотропного источника, не связанного с процессом возбуждения. В качестве такового могут быть использованы пробные переменные поля [4] столкновения или анизотропные стационарные внешние поля.

В настоящей работе будут рассмотрены поляризационные характеристики атомной системы, состоящей из узких мультиплетов, которая помещена в магнитное поле, достаточное для разрыва тонкой связи (сильное поле).

Конкретные расчеты будут выполнены для  $2p^3P_j - 3s^3S_1$  перехода атома гелия. Подобный выбор обусловлен тем, что ширина тонкой структуры  $2p^3P_j$  состояния не превосходит одного обратного сантиметра и может быть без труда разорвана полями превосходящими  $10^4 Gs$ . Кроме того состояние  $2^3P_2$  атома гелия является метастабильным [5] и может быть изотропно заселено, например, за счет столкновений.

### 2. Описание поляризационных явлений.

Для описания поляризационных явлений удобно использовать аппарат матрицы плотности или линейных комбинаций элементов этой матрицы  $(\rho)_{m,m'}$ , называемых поляризационными моментами [6]

$$\rho_q^k(j) = \sum_{m,m'} (-1)^{j-m'} \begin{bmatrix} j & j & k \\ m & -m' & q \end{bmatrix} (\rho)_{m,m'}, \quad (1)$$

где через  $j$  обозначена величина углового момента рассматриваемого состояния выражение в квадратных скобках — коэффициент Клебша–Гордана [7].

Физический смысл поляризационных моментов заключается в том, что они определяют, упорядоченность угловых моментов ансамбля частиц, т.е. среднее по ансамблю от

линейных комбинаций компонент тензора, составленного из компонент углового момента. Так, например, для таких средних от тензоров первого и второго ранга можно получить:

$$\begin{aligned}
\langle j_z \rangle &= \frac{\sqrt{2j(2j+1)(2j+2)}}{2\sqrt{3}} \rho_0^1, \\
\langle j_{\pm} \rangle &= \pm \frac{\sqrt{2j(2j+1)(2j+2)}}{\sqrt{6}} \rho_{\mp}^1, \\
\langle 3j_z^2 - j^2 \rangle &= \frac{\sqrt{(2j-1)2j(2j+1)(2j+2)(2j+3)}}{2\sqrt{5}} \rho_0^2, \\
\langle j_z j_{\pm} + j_{\pm} j \rangle &= \mp \frac{\sqrt{(2j-1)2j(2j+1)(2j+2)(2j+3)}}{2\sqrt{15}} \rho_{\mp 1}^2, \\
\langle j_{\pm}^2 \rangle &= \frac{\sqrt{(2j-1)2j(2j+1)(2j+2)(2j+3)}}{\sqrt{30}} \rho_{\pm 2}^2.
\end{aligned} \tag{2}$$

С другой стороны через поляризационные моменты определяют поляризованную вдоль орта  $\vec{e}_\lambda$  интенсивность излучения, испускаемую при переходе с возбужденного уровня с угловым моментом  $j$  в низлежащее состояние с угловым моментом  $j_0$

$$I_\lambda = I_0 \sum_{k,q} (-1)^k |\langle j_0 || 1 || j \rangle|^2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k \\ j & j & j_0 \end{matrix} \right\} \Phi_{k,q}(\vec{e}_\lambda) \rho_{-q}^k(j), \tag{3}$$

где  $I_0$  — множитель, зависящий от фундаментальных постоянных и частоты, выражение в фигурных скобках  $6j$  символ [7], а тензор  $\Phi_{k,q}(\vec{e}_\lambda)$ , называемый поляризационным, определяется условиями наблюдения и зависит от величин  $s_q^{(\lambda)}$  — коэффициентов разложения орта направления поляризации регистрируемого излучения по круговым ортам

$$\Phi_{k,q}(\vec{e}_\lambda) = \sum_{q_1, q_2} (-1)^{1-q_1} s_{q_1}^{(\lambda)*} s_{q_2}^{(\lambda)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & k \\ -q_2 & q_1 & q \end{bmatrix}. \tag{4}$$

В частности, если через  $I_x$ ,  $I_y$  и  $I_z$  обозначить интенсивности излучения, поляризованного в трех взаимно перпендикулярных направлениях, задаваемых осями  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  соответственно, то из формулы (3) можно получить

$$I_x + I_y + I_z = I_0 |[j_0 | 1 | j]|^2 \frac{(2j+1)}{\sqrt{2j+1}} \rho_0^0(j). \tag{5}$$

Аналогично, для разности интенсивностей излучения, поляризованного в двух взаимно перпендикулярных направлениях (например,  $OZ$  и  $OY$ ) и при наблюдении вдоль третьего направления (в рассматриваемом случае  $OX$ ), можно получить

$$(I_z - I_y)_x = I_0 |[j_0 | 1 | j]|^2 (2j+1) (-1)^{j+j_0+1} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ j & j & j_0 \end{matrix} \right\} \left[ \frac{3}{\sqrt{6}} \rho_0^2(j) + \text{Re}(\rho_2^2(j)) \right]. \tag{6}$$

Совершенно также для разности интенсивностей излучения, поляризованного вдоль правого и левого круга при наблюдении вдоль оси  $OZ$

$$(I_+ - I_-)_z = I_0 |[j_0 | 1 | j]|^2 (2j+1) (-1)^{j+j_0+1} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ j & j & j_0 \end{matrix} \right\} \rho_0^1(j). \tag{7}$$

Из последних трех выражений видно, что сумма интенсивностей излучения, поляризованного в трех взаимно перпендикулярных направлениях определяется поляризационным моментом нулевого ранга; анизотропия излучения поляризованного линейно в двух взаимно перпендикулярных направлениях определяется компонентами поляризационного момента второго ранга, и, наконец, анизотропия излучения поляризованного по кругу — первого. Поляризационный момент второго ранга называется тензором выстраивания, тогда как поляризационный момент первого ранга, имеющий три компоненты — вектором ориентации. Компоненту  $\rho_0^2$  тензора выстраивания часто называют продольным выстраиванием, тогда как  $\rho_0^1$  продольной ориентацией.

Резюмируя можно сказать, что поляризационные моменты определяют упорядоченность угловых моментов ансамбля частиц и анизотропию дипольного излучения этого ансамбля.

### 3. Описание процесса возбуждения в присутствии магнитного поля

Пусть ансамбль атомов гелия,  $2^3P$  состояние которого изотропно возбуждается внешним источником, помещен в сильное магнитное поле напряженности  $\vec{H} = H\vec{e}$ . Оператор Гамильтона такой системы можно записать в виде

$$H = H_0 + \frac{A}{2}(\vec{L}, \vec{S}) + \mu_0 H (2\vec{S} + \vec{L}, \vec{e}), \quad (8)$$

где  $A$  — постоянная тонкой структуры,  $S$  и  $L$  — операторы полного спинового и орбитального моментов. Рассмотрим порядок величин, входящих в правую часть последнего равенства. Величина тонкого расщепления между уровнями  $^3P_0$  и  $^3P_1$  атома гелия составляет около  $1 \text{ cm}^{-1}$ , тогда как между уровнями  $^3P_2$   $^3P_1$  этого атома около  $0,1 \text{ cm}^{-1}$ . С другой стороны величина взаимодействия с полем составляет  $4,68 \cdot 10^{-5} \text{ H cm}^{-1}$ , если напряженность поля измерять в гауссах. Отсюда следует, что если ограничиться рассмотрением магнитных полей напряженности превосходящей  $10^5 \text{ G}$ , то слагаемым ответственным за тонкое расщепление в (8) можно пренебречь.

Волновую функцию такой «двухуровневой» системы будем искать в виде линейной комбинации собственных функций оператора полного момента и его проекции для  $^3P_j$  и  $^3S_1$  состояний

$$\Psi(r, t) = \sum_{j_0, m_0} c_{j_0, m_0}(t) \psi_{j_0, m_0}(r) \exp\left(-i \frac{E_{j_0}}{\hbar} t\right) + \sum_m c_{1, m}(t) \psi_{1, m}(r) \exp\left(-i \frac{E_1}{\hbar} t\right), \quad (9)$$

где  $j_0$  — допустимые значения углового момента нижнего состояния, а  $E_{j_0}$  и  $E_1$  — спектроскопические значения энергии  $2^3P_{j_0}$  и  $3^3S_1$  состояний атома  $He$ .

От базиса  $\psi_{j_0, m_0}$  и  $\psi_{1, m}$  удобно перейти к базису  $\psi_M$  ( $M = 1, 2, \dots, 12$ ):

$$\psi_M = \sum_{j, m} \psi_{j, m} U_{j, m, M}, \quad (10)$$

на котором оператор (8) диагонален.

Относительно процесса возбуждения переходя  $2^3P \rightarrow 3^3S_1$  мы будем предполагать, что он осуществляется светом поляризованным вдоль оси  $OZ$  лабораторной системы координат, составляющий угол  $\theta$  с ортом  $\vec{e}$ , определяющим направление магнитного поля.

Тогда, если через  $W_{M,M_0}$  обозначить матрицу возбуждения в базисе собственных функций оператора (8), то в приближении вращающейся волны [3] система дифференциальных уравнений, описывающая изменение величин  $c_M$  — коэффициентов разложения волновой функции (9) по функциям (10) можно записать в виде

$$i\hbar \frac{dc_{M_0}}{d\tau} = \sum_M W_{M_0 M} c_M \exp[-i(\delta + \varepsilon_{M_0} - \varepsilon_M)\tau], \quad (11)$$

$$i\hbar \frac{dc_M}{d\tau} = \sum_{M_0} W_{M M_0} c_{M_0} \exp[-i(-\delta + \varepsilon_M - \varepsilon_{M_0})\tau]. \quad (12)$$

Отметим, что в этой системе  $\tau$  — безразмерное время, измеренное в единицах  $\tau_0$  — времени жизни возбужденного  $3^3S_1$  состояния  $\tau = t/\tau_0$ ,  $\delta$  — безразмерная отстройка лазерной частоты, равная истинной расстройке, умноженной на величину  $\tau_0/\hbar$ , а безразмерный элемент матрицы возбуждения задается соотношением  $W_{M,M_0} = e \langle M | z | M_0 \rangle \mathcal{E} \tau_0 / \hbar$ . Этот элемент пропорционален величине  $\Omega = e \langle 1 || 1 || 0 \rangle \mathcal{E} \tau_0 / \hbar$  обычно называемой частотой Раби [3], зависящей от величины электрического поля в возбуждающей волне  $\mathcal{E}$  и от  $\langle 1 || 1 || 0 \rangle$  орбитального приведенного матричного элемента перехода  $2^3P_{j_0} - 3^3S_1$  [7].

Что касается начальных условий, то, как было упомянуто выше, мы будем предполагать, что в начальный момент времени уровни  $j = 1$  и  $j = 2$  состояния  $2^3P_j$  равномерно заселены за счет внешнего источника

$$c_{0,0}(0) = 0; \quad c_{1,m}(0) = \xi_m \frac{\cos \chi}{\sqrt{3}} \quad (m = -1, 0, 1) \quad (13)$$

$$c_{2,m}(0) = \xi_m \frac{\sin \chi}{\sqrt{5}} \quad (m = -2, -1, 0, 1, 2), \quad (14)$$

где  $\xi_1 = \xi_2 = \xi_{-2} = \xi_0 = 1$ , а  $\xi_{-1} = -1$ . Величина  $\chi$  характеризует эффективность заселения уровней; значению  $\chi = 0$  соответствует равномерное заселение состояния  $3P_1$ , тогда как  $\chi = \pi/2$  — соответствует аналогичному заселению состояния  $3P_2$ .

Заметим, что из системы дифференциальных уравнений (11) можно получить интегральное уравнение для величины  $c_M$

$$c_M(\tau) = \sum_{M_0} W_{M,M_0} c_{M_0}(0) \frac{e^{i\tau(\varepsilon_M - \varepsilon_{M_0} + \delta)} - 1}{\varepsilon_M - \varepsilon_{M_0} + \delta} - \sum_{M_0, M_1} W_{M,M_0} W_{M_0, M_1} \left[ \frac{-i e^{i\tau(\varepsilon_M - \varepsilon_{M_0} + \delta)}}{\varepsilon_M - \varepsilon_{M_0} + \delta} \int_0^\tau dt_1 c_{M_1}(t_1) e^{it_1(-\varepsilon_{M_0} + \varepsilon_{M_1} + \delta)} - \int_0^\tau dt_1 c_{M_1}(t) e^{i(\varepsilon_M - \varepsilon_{M_1})t_1} \right]. \quad (15)$$

Первое слагаемое правой части последнего равенства пропорционально  $\Omega$ , тогда как второе —  $\Omega^2$ . Кроме того, при больших напряженностях магнитного поля второе слагаемое содержит под знаком интеграла быстро осциллирующие слагаемые. Поэтому при малых значениях частоты Раби или больших значениях напряженности магнитного поля можно написать приближенное решение системы (11) для коэффициента  $c_M$

$$c_M(\tau) = \sum_{M_0} W_{M,M_0} c_{M_0}(0) \frac{e^{i\tau(\varepsilon_M - \varepsilon_{M_0} + \delta)} - 1}{\varepsilon_M - \varepsilon_{M_0} + \delta}, \quad (16)$$

где  $c_M(0)$  — набор коэффициентов, получающийся начальных условий (12) с помощью соотношения

$$c_{M_0}(0) = \sum (U^\dagger)_{M_0,j,m} c_{j,m}(0). \quad (17)$$

Нами с помощью программного пакета *Mathematica* были в аналитическом виде получены матрицы, осуществляющие для состояний  $2^3P_j$  и  $3^3S_1$  преобразование от базиса собственных функций квадрата полного момента и его проекции к базису собственных функций оператора (8). После чего была опять-таки в аналитическом виде получена матрица  $W_{M,M_0}$  и по формуле (14) получено приближенное решение системы (12) при больших значениях магнитных полей. После чего выполнялся обратный переход в базис собственных функций квадрата полного момента и его проекции, вычислялись элементы матрицы плотности состояния  $3^3S_1$

$$\rho_{m,m'} = c_{1,m} c_{1,m'}^* \quad (18)$$

и по формуле (1) получались выражения для заселенности этого состояния  $\rho_0^0$  и его продольного выстраивания  $\rho_0^2$ :

$$\begin{aligned} \rho_0^0(\theta, \chi, \tau) &= \frac{1}{540\delta^2} \sin^2 \frac{\delta\tau}{2} s_0(\theta, \chi), & \rho_0^2(\theta, \chi, \tau) &= \frac{1}{1080\delta^2} \sin^2 \frac{\delta\tau}{2} s_2(\theta, \chi), \\ s_0(\theta, \chi) &= \cos^2 \theta \left[ -3\sqrt{2} + 19\sqrt{3} + (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cos 2\theta + 2 \cos 2\chi \sin \theta \right. \\ &\quad \left. \left( (3\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 5\sqrt{6}) \cos \theta + (3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) \sin \theta \right) + (5\sqrt{6} - 3\sqrt{2} - 6\sqrt{3}) \sin 2\theta \right], \\ s_2(\theta, \chi) &= \cos^2 \theta \left[ \cos 2\theta (6 + 4\sqrt{6} + (\sqrt{6} - 6) \cos 2\chi) + \right. \\ &\quad \left. 2 (2\sqrt{6} - 3 + (15 + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{6}) \sin 2\theta) + \cos 2\chi (6 + 11\sqrt{6} + 2 (5\sqrt{3} - 15 + 3\sqrt{6}) \sin 2\theta) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Из последних формул видно, что при  $\theta = \pi/2$  как заселенность так и продольное выстраивание обращаются в ноль. Кроме того, как нетрудно проверить,  $\rho_0^0(\tau)$  и  $\rho_0^2(\tau)$  тождественно равны нулю при  $\chi = 0$  и  $\theta \sim 2, 1856$ . Это иллюстрируется на рис. 1, где приведены зависимость функций  $s_0(\theta, \chi)$  и  $s_2(\theta, \chi)$  (12) при  $\chi = \pi/2$  и  $\chi = 0$ . Отметим, что при  $\chi = 0$  эти функции малы в окрестности точки  $\theta = \pi/2$ , и при  $\theta \sim 2, 1856$  обе функции обращаются в ноль. При  $\chi = \pi/2$  функции  $s_0(\theta, \chi)$  и  $s_2(\theta, \chi)$  так же малы, причем вторая из этих функций дважды меняет знак на интервале  $0 < \theta < \pi/2$ . Отметим, что сказанное выше означает, что при равномерном заселении уровня  $^3P_1$  возможно образование темного состояния при  $\theta \sim 2, 1856$ , тогда как при  $\theta = \pi/2$  темное состояние образуется при любом способе возбуждения.

На рис. 2 представлены кривые, совокупности координат точек которых суть решения уравнения  $s_2(\theta, \chi) = 0$ , т.е. множество пар точек, в которых происходит обращения сигнала выстраивания. Из рисунка видно, что при всех  $\chi$  (при любом соотношении между заселенностями уровней  $^3P_1$  и  $^3P_2$ ) в интервале  $0, 2 < \theta < 0, 8$  выстраивание сохраняет знак. Отметим далее, что численное интегрирование системы (11) при больших значениях магнитных полей и малых значениях частот Раби дало результаты, хорошо совпадающие с приведенными на рис. 1 и рис. 2.

На рис. 3 приведена зависимость выстраивания от безразмерного времени, полученная с помощью численного интегрирования системы (11) при  $\mathcal{H} = 10^5 Gs$  и  $\Omega = 100$  и  $\theta = \pi/4$  для нескольких значений  $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$ . Из рисунка видно, что при равномерном заселении уровня  $^3P_1$  ( $\chi = 0$ ) в системе наводится положительное выстраивание, величина которого осциллирует. Далее, увеличение доли уровня  $^3P_2$  в общей заселенности,

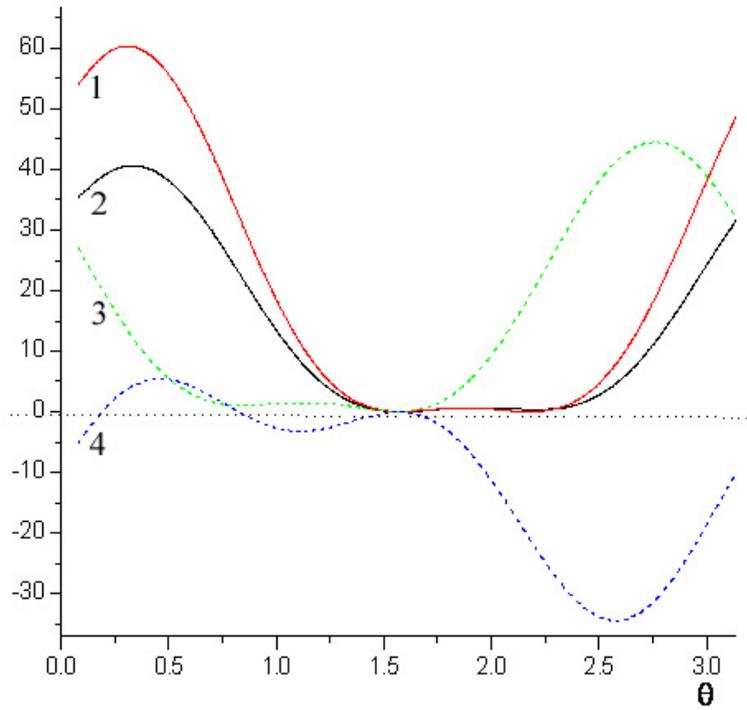


РИС. 1. Зависимость функций  $s_0(\theta, \chi)$  и  $s_2(\theta, \chi)$  от угла наклона вектора напряженности магнитного поля  $\theta$  и параметра  $\chi$ , характеризующего долю заселенностей состояний  ${}^3P_1$  и  ${}^3P_2$  общей заселенности. Кривая 1 —  $s_0(\theta, 0)$ ; кривая 2 —  $s_2(\theta, 0)$ ; кривая 3 —  $s_0(\theta, \pi/2)$ ; кривая 4 —  $s_2(\theta, \pi/2)$

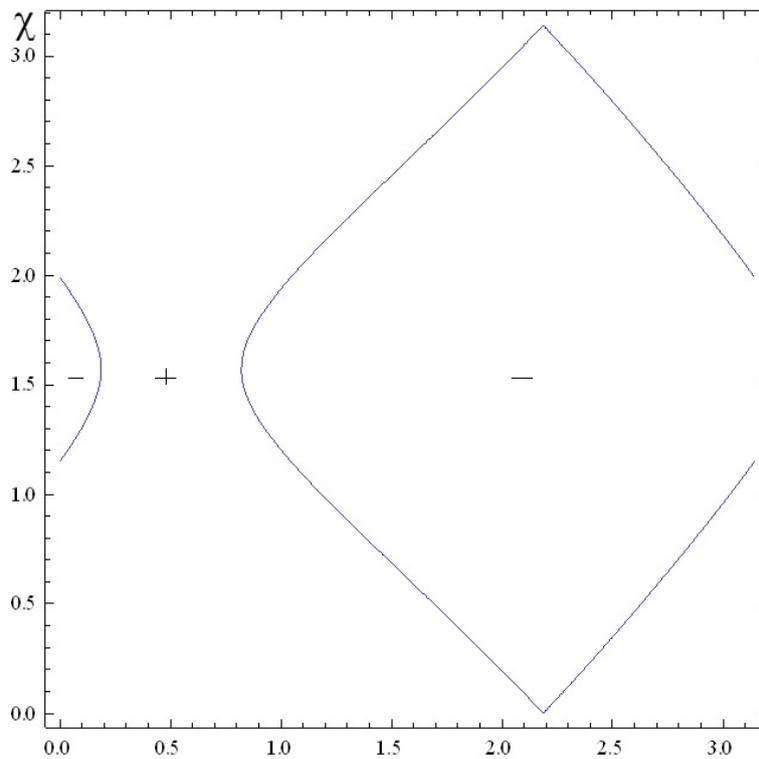


РИС. 2. Кривые  $s_2(\theta, \chi) = 0$ . Значками + или - обозначен знак функции  $s_2(\theta, \chi)$  в соответствующих областях

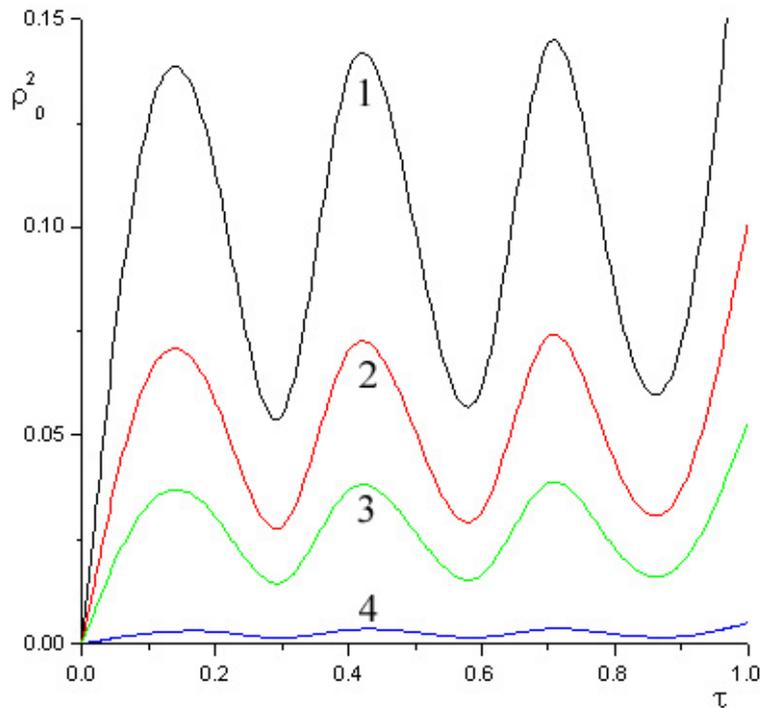


РИС. 3. Зависимость выстраивания  $\rho_0^2(\pi/4, \chi, \tau)$  при  $\mathcal{H} = 10^5 Gs$  и  $\Omega = 100$ . Кривые 1–4 соответствуют значениям параметра  $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$

способствует уменьшению наводимого выстраивания и при  $\chi = \pi/2$  (заселяется только уровень  ${}^3P_2$ ), наводимое выстраивание практически исчезает.

#### 4. Заключение

В заключении настоящей работы подчеркнем, что образование темного состояния при  $\theta = \pi/2$  и  $\chi = 0$   $\theta = 2,1856$  происходит только при достаточно сильных внешних магнитных полях и не очень больших значениях частоты Раби  $\Omega$ . Заметим далее, что в силу отсутствия аксиальной симметрии в процессе возбуждения, в системе, кроме продольного выстраивания будут наводиться поперечное и наклонное выстраивание —  $\rho_{\pm 2}^2$  и  $\rho_{\pm 1}^2$  соответственно. Эти компоненты тензора выстраивания также зануляются при  $\theta = \pi/2$  и в случае равномерного заселения состояния  ${}^1P_1$ , т.е. при  $\chi = 0$  и  $\theta \sim 2.1856$ . Отметим также, что вопрос об образовании темных состояний при когерентном возбуждении в большой степени зависит от начальных условий (12). В настоящей работе предполагалось, что система обладает симметрией относительно отражения в плоскости  $\psi_{j,m} = (-1)^m \psi_{j,-m}$ . В других случаях, например,  $\xi_i = 1; i = 1, \dots, 9$ . заселенность зануляется только при  $\cos \theta = \pi/2$ .

Работа поддержана ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (ГК № 16.740.11.0030).

#### Литература

- [1] Петрашень А.Г. Деполяризация излучения при когерентном возбуждении // Оптика и спектроскопия. — 2010. — № 6. — С. 894–897.
- [2] Петрашень А.Г. Деполяризация излучения при когерентном возбуждении с учетом расщепленного основного состояния // Оптика и спектроскопия. — 2012. — № 6. — С. 894–897.
- [3] Скалли М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика. — М.: Физматлит, 2003. — 511 с.

- [4] Сазонов С.Б. Поляризация атомов одновременными импульсами электромагнитных полей разных частотных диапазонов // Письма в ЖЭТФ. — 2009. — Т. 90, В. 7. — С. 557–563.
- [5] Радциг Ф.Ф., Смирнов Б.М. Параметры атомов и атомных ионов. — Энергоатомиздат, Москва, 1986. — 344 с.
- [6] Kazantsev S.A., Petrashen A.G., Firstova N.M. Impact Spectropolarimetric Sensing. — New York : Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999. — 358 p.
- [7] Юцис А.П., Бандзайтис А.А. Теория момента количества движения в квантовой механики. — Вильнюс, 1965. — 462 с.