

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ НЕИДЕАЛЬНОГО ФОТОДЕТЕКТОРА

Г. П. Мирошниченко¹, А. И. Трифанов²

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

¹ gpmirosh@gmail.com, ² alextrifanov@gmail.com

Исследован процесс дискретного фотодетектирования в предположении о неидеальности детектора атомов-зондов. Предложена неортогональная система операторозначных мер, описывающая процесс измерения и построены трансформеры атомных и полевых состояний.

Ключевые слова: фотодетектирование, ионизационная камера, резонаторное взаимодействие, редукция состояния, разложение Крауса.

1. Введение

Проблема измерения [1, 2] является фундаментальной в квантовой физике и играет важную роль в различных ее приложениях. В настоящее время широко исследуются возможности томографии квантовых процессов [3, 4] и состояний [5, 6] а также варианты реконструкции операторных мер детектора [7]. Измерительное устройство является обязательным атрибутом квантового компьютера и систем квантовых коммуникаций [8, 9].

Для передачи квантовой информации наиболее перспективными выглядят оптические информационные технологии [10]. В них для получения информации о состоянии канала передачи используется фотодетектирование. Фундамент теории измерения квантового электромагнитного поля составляют работы [11–13]. Дальнейшее развитие данной теории можно найти в работах [14–16]. Изучены модели внутреннего [17] и внешнего [18] (по расположению детектора) фотодетектирования для дискретных [19, 20] и непрерывных [21–24] процессов. В работах [23] и [24] исследуются операторы квантовых скачков, связанных с поглощением фотона в результате измерения и учитывается влияние неидеальности детектирующего устройства [25] («темновые» срабатывания) на статистику фотоотсчетов.

В дискретной модели (см. также работы посвященные одноатомному мазеру [26, 27]) развиты методы исследования статистических характеристик ЭМ поля [28], а также их приложения к некоторым протоколам квантовых коммуникаций [29]. В данном методе измерения состояние моды резонатора тестируется при помощи двухуровневых атомов-зондов. Данные атомы, приготовленные в некотором состоянии, пролетают через резонатор, «собирая» информацию о квантовой моде. На выходе происходит их измерение в селективном детекторе (ионизационной камере). В зависимости от состояния, влетающего в резонатор атома (основное или возбужденное) различают два режима работы измерительного устройства — фотонный и квантовый счетчик. Фотонный счетчик реализуется, когда атом приготавливается в основном состоянии, квантовый счетчик — в случае изначально возбужденного состояния атома. Информативность, качество (fidelity) и обратимость данных двух режимов детектирования изучены в работе [30].

Здесь мы исследуем неидеальность детектирующего устройства в дискретной модели, реализующей фотонный счетчик. Несовершенство измерения предполагает возможности пропустить атом, а также получить неверную информацию о его состоянии. Вероятности такого рода ошибок легко получить из эксперимента. Например, приготавливая атом в основном состоянии, вычислить частоту срабатываний камеры, детектирующих возбужденное состояние и наоборот. Природа таких ошибок может быть следующей. После попадания атома в ионизационную камеру, происходит фотоионизация его уровней в результате их взаимодействия с классическими полями детекторов. Возникающий фототок провоцирует щелчок соответствующего детектора, который говорит о том, в каком состоянии найден атом. Наличие двух полей, взаимодействующих с атомом, может приводить к тому, что под действием одного из них произойдет изменение заселенности уровней атома, которое приведет к ошибочной статистике отсчетов.

Структура работы организована следующим образом. В разделе 2 строятся вероятностные меры для устройства детектирования состояния атома. Получены соответствующие этим мерам супероператоры и их разложения Крауса. Предложены трансформеры состояний, соответствующие неидеальному устройству детектирования. В разделе 3 вводится вероятностная мера в пространстве состояний поля резонатора и производится построение соответствующих операторов. Раздел 4 содержит описание детектирования однофотонной моды резонатора. На основе теоремы Байеса производится переоценка вероятностей гипотез относительно исходного состояния поля. В разделе 5 в заключении обсуждаются полученные результаты.

2. Параметризация неидеального детектора

Рассмотрим процесс измерения на примере детектирования двухуровневого атома, попадающего в ионизационную камеру. Наблюдаемой величиной в эксперименте является его состояние: основное $|g\rangle$ или возбужденное $|e\rangle$. Оператору соответствующей наблюдаемой сопоставляется полный набор спектральных проекторов P_j^A , $j \in \{e, g\}$:

$$P_g^A + P_e^A = I_A, \quad (1)$$

где I_A — оператор тождественного преобразования, а проекторы P_j^A , $j \in \{e, g\}$ определяются следующим образом:

$$P_g^A = |g\rangle \langle g|, P_e^A = |e\rangle \langle e|. \quad (2)$$

Результат измерения данной наблюдаемой можно описывать при помощи случайной величины ξ принимающей три возможных значения: $\xi = 1$ соответствует тому, что атом обнаружен первым детектором, настроенным на измерение состояния $|g\rangle$; $\xi = 2$ — атом обнаружен вторым детектором, настроенным на измерение возбужденного состояния $|e\rangle$; $\xi = 0$ — атом пропущен из-за несовершенства измерительного устройства. Данной случайной величине, характеризующей процесс измерения, сопоставим полный набор неортогональных операторных мер Π_ξ , $\xi = 0, 1, 2$, таких что:

$$\Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_2 = I_A. \quad (3)$$

При этом:

$$\Pi_1 + \Pi_2 = \varepsilon_g |g\rangle \langle g| + \varepsilon_e |e\rangle \langle e|, \quad (4)$$

$$\Pi_0 = (1 - \varepsilon_g) |g\rangle \langle g| + (1 - \varepsilon_e) |e\rangle \langle e|. \quad (5)$$

Величины ε_g и ε_e определяют квантовые эффективности детекторов и являются вероятностями обнаружить атом первым или вторым детектором соответственно. Припишем атому

в момент измерения состояние ρ_A . Тогда вероятность исхода эксперимента, описываемого случайной величиной ξ будет равна:

$$P(\xi) = \text{Tr}_A [\rho_A \Pi_\xi]. \quad (6)$$

Здесь Tr_A обозначает операцию взятия следа в пространстве атомных состояний. Квантовая операция Λ_ξ , соответствующая измерению с исходом ξ вводится следующим образом:

$$\text{Tr}_A [\Lambda_\xi \rho_A] = \text{Tr}_A [\rho_A \Pi_\xi], \quad (7)$$

$$\Lambda_\xi \rho_A = \sum_k M_{\xi,k} \rho_A M_{\xi,k}^\dagger, \quad (8)$$

где $M_{\xi,k}$ — набор ограниченных операторов (трансформеров состояний):

$$\sum_k M_{\xi,k}^\dagger M_{\xi,k} = \Lambda_\xi^* I = \Pi_\xi. \quad (9)$$

Здесь Λ_ξ^* — супероператор, сопряженный Λ_ξ . Теперь учтем возможность того, что атом, приготовленный в состоянии $|e\rangle$ попав в камеру, вызывает событие, описываемое случайной величиной $\xi = 1$. И наоборот, когда атом, приготовленный в состоянии $|g\rangle$ вызывает событие описываемое случайной величиной $\xi = 2$. Для этого введем соответствующие условные вероятности $P(\xi = 1 | e) = |\alpha_{1,e}|^2$, $P(\xi = 2 | g) = |\alpha_{2,g}|^2$, которые определяются из эксперимента. Далее запишем формулу полной вероятности для случайной величины ξ :

$$P(\xi) = P(\xi | g) P(g) + P(\xi | e) P(e), \quad (10)$$

где $P(g) = \text{Tr}_A [\rho_A P_g^A]$, $P(e) = \text{Tr}_A [\rho_A P_e^A]$. Пользуясь (4), (6) и (10) выберем в качестве выражений для операторных мер следующие:

$$\Pi_1 = |\alpha_{1,g}|^2 |g\rangle \langle g| + |\alpha_{1,e}|^2 |e\rangle \langle e|, \quad (11)$$

$$\Pi_2 = |\alpha_{2,e}|^2 |e\rangle \langle e| + |\alpha_{2,g}|^2 |g\rangle \langle g|, \quad (12)$$

где $|\alpha_{1,g}|^2 + |\alpha_{2,g}|^2 = \varepsilon_g$, $|\alpha_{1,e}|^2 + |\alpha_{2,e}|^2 = \varepsilon_e$. Для случая $\xi = 0$ в дальнейшем удобно определить $|\alpha_{0,g}|^2 = 1 - \varepsilon_g$ и $|\alpha_{0,e}|^2 = 1 - \varepsilon_e$. Далее, используя операторы Крауса, операторные меры Π_ξ можно записать в виде:

$$\Pi_\xi = \sum_{\mu, \nu \in \{g, e\}} M_{\xi, \mu\nu}^\dagger M_{\xi, \mu\nu}. \quad (13)$$

Каждый из операторов $M_{\xi, \mu\nu}$ в разложении (13) описывает определенный процесс внутри ионизационной камеры: $M_{\xi, gg} = \alpha_{\xi, gg} |g\rangle \langle g|$ соответствует детектированию атома, находящегося в состоянии $|g\rangle$ детектором с номером ξ ($\xi = 1, 2$); аналогично $M_{\xi, ee} = \alpha_{\xi, ee} |e\rangle \langle e|$ соответствует детектированию атома, находящегося в состоянии $|e\rangle$ детектором с номером ξ ; $M_{\xi, ge} = \alpha_{\xi, ge} |e\rangle \langle g|$ описывает скачок $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ под действием классического поля детектора ξ , а $M_{\xi, eg} = \alpha_{\xi, eg} |g\rangle \langle e|$ — скачок $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ под действием классического поля детектора ξ . Физический смысл операторов $M_{\xi, \mu\nu}$ в случае $\xi = 0$ заключается в следующем: $M_{0, gg}$ атом в основном состоянии пропущен, $M_{0, ee}$ — атом в возбужденном состоянии пропущен, $M_{0, eg}$ и $M_{0, ge}$ — атом не детектируется но под действием классических полей детекторов происходит скачок $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ или $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$. Из (11) и (12) получим:

$$|\alpha_{\xi, gg}|^2 + |\alpha_{\xi, ge}|^2 = |\alpha_{\xi, g}|^2, \quad |\alpha_{\xi, ee}|^2 + |\alpha_{\xi, eg}|^2 = |\alpha_{\xi, e}|^2. \quad (14)$$

Выражение для $P(\xi)$ в форме (6) можно записать тогда следующим образом:

$$P(\xi) = \text{Tr}_A [\rho_A \Pi_\xi] = \text{Tr}_A \left[\sum_{\mu, \nu \in \{g, e\}} M_{\xi, \mu\nu} \rho_A M_{\xi, \mu\nu}^\dagger \right] \quad (15)$$

Заметим, что в выражении (13) могут быть учтены и процессы вида $|e\rangle |g\rangle \langle e| \langle g|$ но их вероятности малы по сравнению с вероятностями описанных выше процессов.

3. Процесс фотодетектирования

Теперь рассмотрим процесс фотодетектирования электромагнитного поля в резонаторе с использованием двухуровневого атома-зонда. Пусть состояние атомно-полевой системы в момент, когда атом попадает в резонатор и подвергается измерению, описывается совместной матрицей плотности ρ_{AF} . В результате измерения атома, согласно проекционному постулату фон Неймана, происходит коллапс его состояния и система описывается следующей матрицей плотности:

$$\tilde{\rho}_{AF} = \sum_{\xi=0}^2 (\Lambda_\xi \otimes I_F) \rho_{AF} = \sum_{\xi=0}^2 \sum_{\mu, \nu \in \{g, e\}} M_{\xi, \mu\nu} \rho_{AF} M_{\xi, \mu\nu}^\dagger \quad (16)$$

Игнорируя показания детектора, можно получить редуцированную матрицу плотности моды полного ансамбля, взяв след в пространстве атомных состояний:

$$\rho_F = \text{Tr}_A [\tilde{\rho}_{AF}]. \quad (17)$$

Дополнительная информация о состоянии вылетевшего из резонатора атома может быть использована для расщепления полного ансамбля на подансамбли, каждый из которых соответствует одному из результатов измерения ξ :

$$\tilde{\rho}_F^{[\xi]} = \text{Tr}_A \left[\sum_{\mu, \nu \in \{g, e\}} M_{\xi, \mu\nu} \rho_{AF} M_{\xi, \mu\nu}^\dagger \right]. \quad (18)$$

Соответствующая вероятность получения данного подансамбля равна:

$$P(\xi) = \text{Tr}_F [\tilde{\rho}_F^{[\xi]}] = \text{Tr}_F [\tilde{\rho}_F^{[\xi]} I_F]. \quad (19)$$

Используя разложение, аналогичное приведенному в (3), можно произвести разбиение единицы в пространстве полевых состояний, тем самым определив вероятностную операторнозначную меру и супероператоры Ξ_ξ . Для определенности положим, что атом до взаимодействия с электромагнитным полем резонатора был приготовлен в основном состоянии $\rho_A = |g\rangle \langle g|$. Начальное состояние резонаторной моды пусть описывается произвольным оператором плотности ρ_F . Пренебрежем релаксационными процессами, и будем рассматривать унитарную эволюцию системы. Тогда состояние ρ_{AF} сразу после взаимодействия и непосредственно перед измерением можно записать в следующем виде:

$$\rho_{AF} = U_\tau \rho_A \otimes \rho_F U_\tau^\dagger. \quad (20)$$

где U_τ оператор эволюции системы «атом—поле», а τ — время взаимодействия. Разбиение единицы в пространстве полевых состояний произведем следующим образом. Введем супероператоры Ξ_ξ :

$$\text{Tr}_F [\Xi_\xi \rho_F] = \text{Tr}_F [\tilde{\rho}_F^{[\xi]} I_F] = \text{Tr}_{AF} \left[\sum_{\mu, \nu \in \{g, e\}} M_{\xi, \mu\nu} \rho_{AF} M_{\xi, \mu\nu}^\dagger \right]. \quad (21)$$

Далее, используя (20) определим трансформеры полевых состояний K :

$$K_{\xi,\mu\nu} = \sum_{\eta \in \{g,e\}} \langle \eta | M_{\xi,\mu\nu} U_\tau | g \rangle. \quad (22)$$

С учетом выражений приведенных для $M_{\xi,\mu\nu}$ операторы $K_{\xi,\mu\nu}$ можно записать следующим образом:

$$K_{\xi,\mu\nu} = \sum_{\eta \in \{g,e\}} \alpha_{\xi,\mu\nu} \langle \eta | \nu \rangle \langle \mu | U_\tau | g \rangle = \sum_{\eta \in \{g,e\}} \alpha_{\xi,\mu\nu} \delta_{\nu\eta} U_{\mu g}. \quad (23)$$

Здесь $\delta_{\nu\eta}$ — дельта Кронекера, $U_{gg} = \langle g | U_\tau | g \rangle$ и $U_{eg} = \langle e | U_\tau | g \rangle$. Из (23) легко получаются выражения для супероператоров Ξ_ξ :

$$\Xi_\xi = \sum_{\mu,\nu \in \{g,e\}} K_{\xi,\mu\nu} K_{\xi,\mu\nu}^\dagger = |\alpha_{\xi,g}|^2 U_{gg} U_{gg}^\dagger + |\alpha_{\xi,e}|^2 U_{eg} U_{eg}^\dagger. \quad (24)$$

Отсюда можно сделать заключение о том, что скачки, происходящие в ионизационной камере во время измерения атома не сказываются на состоянии поля резонатора после измерения (это отмечалось в работе [27] в связи с изучением одноатомного лазера). Поэтому, при расчете поправок на неидеальность их можно опускать. Данные величины могут быть полезны при вычислении коэффициентов α (введенных здесь феноменологически) из первых принципов.

4. Теорема Байеса и переоценка гипотез

В качестве примера использования данной модели при описании процесса фотодетектирования, вычислим апостериорные вероятности гипотез относительно состояния поля в резонаторе. Предположим, что начальное однофотонное состояние поля является чистым $\rho_F = |\psi\rangle\langle\psi|$ и параметризуем его следующим образом:

$$|\psi\rangle = |\psi(\theta)\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle, \theta \in [0, \pi]. \quad (25)$$

Воспользуемся выражениями (19), (21) и запишем формулу полной вероятности случайной величины $\xi = 1, 2$. Данная вероятность является условной и зависит от состояния поля внутри резонатора $\rho_F = \rho_F(\theta)$:

$$P(\xi|\theta) = \text{Tr}_F [\Xi_\xi \rho_F] = P(\xi|g) P(g|\theta) + P(\xi|e) P(e|\theta) \quad (26)$$

где $P(\xi|g)$ и $P(\xi|e)$ определялись выше, а

$$P(g|\theta) = \text{Tr}_F [\rho_F P_g^F], \quad P(e|\theta) = \text{Tr}_F [\rho_F P_e^F]. \quad (27)$$

Здесь P_g^F и P_e^F — операторозначные меры в пространстве полевых состояний, соответствующие мерам P_g^A и P_e^A в пространстве атомных состояний. После измерения и получения некоторого значения случайной величины ξ , вероятности гипотез $P(\theta)$ относительно начального распределения поля резонатора могут быть пересчитаны по следующей формуле (теорема Байеса):

$$P(\theta|\xi) = \frac{P(\xi|\theta) P(\theta)}{\sum_{\theta} P(\xi|\theta) P(\theta)}. \quad (28)$$

Для определенности предположим, что θ — равномерно распределена на промежутке $[0, \pi]$, и в результате измерения была получена случайная величина ξ . Вычислим апостериорную

вероятность гипотезы $P(\theta|\xi)$:

$$P(\theta|\xi) = \frac{\{|\alpha_{\xi,g}|^2 \text{Tr}_F [U_{gg}\rho_F U_{gg}^\dagger] + |\alpha_{\xi,e}|^2 \text{Tr}_F [U_{eg}\rho_F U_{eg}^\dagger]\} P(\theta)}{\sum_{\theta} \{|\alpha_{\xi,g}|^2 \text{Tr}_F [U_{gg}\rho_F U_{gg}^\dagger] + |\alpha_{\xi,e}|^2 \text{Tr}_F [U_{eg}\rho_F U_{eg}^\dagger]\} P(\theta)}. \quad (29)$$

Используя явные выражения для операторов U_{gg} и U_{eg} :

$$U_{gg} = \cos(\Omega\tau\sqrt{a^\dagger a}), \quad U_{eg} = -\frac{i}{\sqrt{aa^\dagger}} \sin(\Omega\tau\sqrt{aa^\dagger}) a, \quad (30)$$

где Ω — однофотонная частота Раби, получим:

$$P(\theta|\xi) = \frac{1}{\pi} \left[1 + \frac{(|\alpha_{\xi,g}|^2 - |\alpha_{\xi,e}|^2) \sin^2(\Omega\tau) \cos(\theta)}{2|\alpha_{\xi,g}|^2 + (|\alpha_{\xi,e}|^2 - |\alpha_{\xi,g}|^2) \sin^2(\Omega\tau)} \right]. \quad (31)$$

В частности, для $\xi = 0$ будем иметь:

$$P(\theta|0) = \frac{1}{\pi} \left[1 + \frac{(\varepsilon_e - \varepsilon_g) \sin^2(\Omega\tau) \cos(\theta)}{2(1 - \varepsilon_g) + (\varepsilon_g - \varepsilon_e) \sin^2(\Omega\tau)} \right]. \quad (32)$$

На рис. 1а изображены зависимости плотностей вероятностей $P(\theta|\xi)$ пересчитанных гипотез для случаев $\xi = 0$ и $\xi = 1$ при $\Omega\tau = \pi/2$, $|\alpha_{1,g}|^2 = 0.8$, $\varepsilon_g = 0.9$, $\varepsilon_e = 0.8$. Для $\theta = 0$ и $\Omega\tau = \pi/2$ на рис. 1б построена плотность вероятности $P(0|0)$ как функция ε_g эффективности первого детектора при фиксированной эффективности второго $\varepsilon_e = 0.8$.

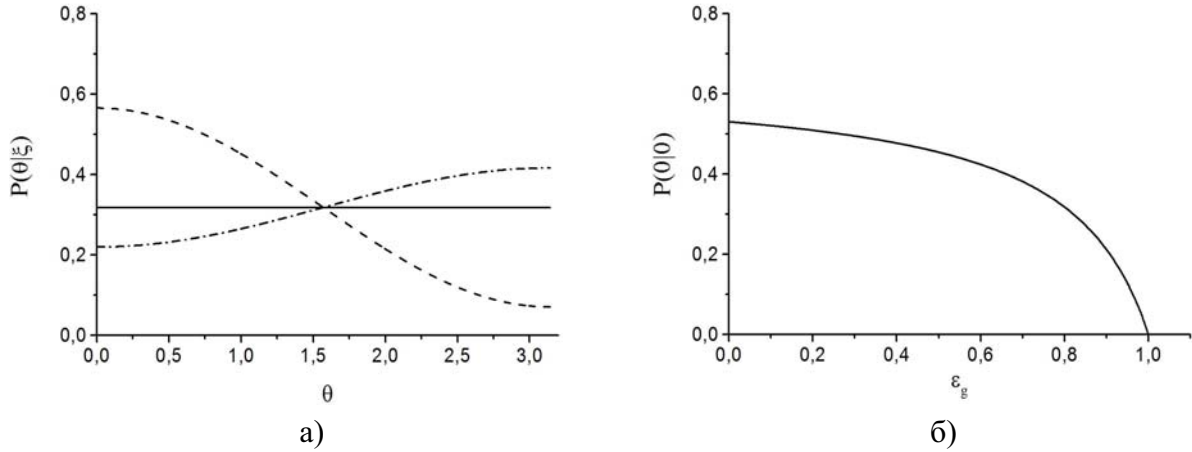


РИС. 1. а) Пересчитанные оценки для вероятности гипотез $P(\theta|1)$ (штриховая линия) и $P(\theta|0)$ (штрих-пунктирная линия), а также априорная плотность вероятности гипотез (сплошная); б) Зависимость $P(0|0)$ от величины ε_g квантовой эффективности первого детектора при фиксированной величине $\varepsilon_e = 0.8$, $\theta = 0$

5. Заключение

Рассмотрена модель неидеального детектора, включающая возможность пропуска атома и ошибок детектирования возникающих за счет процессов, протекающих в измерительном устройстве. Предложена система операторозначных мер детектора, учитывающая

все введенные типы неидеальности. С их использованием построены атомные супероператоры, отвечающие каждому исходу детектирования и получены их представления Крауса (трансформеры атомных состояний). Затем данная модель детектора была использована для тестирования поля резонатора. Предполагалось, что время взаимодействия атома с модой много меньше времени жизни его возбужденного состояния, а также времени жизни поля в резонаторе. То есть рассматривалась эволюция атомно-полевой системы, в результате которой чистые состояния сохраняются. При данных допущениях получены соответствующие трансформеры состояний поля. Данные выражения затем использовались для переоценки гипотез о состоянии поля (теорема Байеса) для известного исхода детектирования.

Помимо рассмотренного приложения данной модели, интерес представляет также влияние неидеальности на оценку статистических характеристик квантовой моды и обратимость измерительного процесса. Статистика фотоэлектронного счета для различных режимов детектирования в случае неидеальности, связанной с пропуском атома при наличии релаксационных процессов была изучена в [28]. В [30] было показано, что измерение проведенное при помощи фотонного счетчика в случае идеального детектора является необратимым. Наличие ошибочных отсчетов может повлиять на возможность восстановления состояний квантового поля до измерения.

Работа поддержана в рамках Аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» No.2.1.1/9425, Федеральной целевой программой «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» 2009-2013 годы. Государственный контракт No.П689. Проект НК-526П/24 и НИОКР РК10186.

Литература

- [1] Kraus K. States, Effects and Operations. Fundamental notions of quantum theory. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1983. — 152 p.
- [2] Peres A. Quantum Theory: Concepts and Methods. — Kluwer Academic Publishers, 2002. — 449 p.
- [3] Poyatos J. F., Cirac I.J. Complete Characterization of a Quantum Process: The Two-Bit Quantum Gate // Phys. Rev. Lett. — 1997. — 78(2). — P. 390-393.
- [4] Lobino M., Korystov D., Kupchak C., Figueroa E., Sanders B.C., Lvovsky A.I. Complete Characterization of Quantum-Optical Processes // Nature, — 2008. — 322. — P. 563-566.
- [5] Hradil Z. Quantum state estimation // Phys. Rev. A. — 1997. — 55(3). — P. 1561-1564.
- [6] Teo Y. S., Zhu H., Englert B-G., Rehacek J., Hradil Z. Quantum-State Reconstruction by Maximizing Likelihood and Entropy // Phys. Rev. Lett. — 2011. — 107(2). — P. 020404(4).
- [7] Amri T. Quantum Behavior of Measurement Apparatus // arXiv:1001.3032v2 [quant-ph] — 2010.
- [8] DiVincenzo D. p. The physical implementation of quantum computation // Fortschr. Phys. — 2000. — 48. — P. 771-783.
- [9] Perez-Delgado C. A., Kok p. Quantum computers: Definition and implementations // Phys. Rev. Lett. — 2011. — 83(1). — P.012303(15).
- [10] O'Brien J. L., Furusawa A., Vuckovich J. Photonic quantum technologies // Nature Photonics. — 2009. — 3. — P. 687-695.
- [11] Mandel L. Fluctuations of Photon Beams and their Correlations // Proc. Phys. Soc. — 1958. — 72. — P. 1037-1048.
- [12] Mandel L. Progress in Optics (edited by E. Wolf) // — 1963. — 2. Amsterdam : North-Holland.
- [13] Kelley p.L., Kleiner W.H. Theory of electromagnetic field measurement and photoelectron counting // Phys. Rev. A. — 1964. — 136(2). — P. 316-334.
- [14] Srinivas M. D., Davies E.B. Photon counting probabilities in quantum optics // Opt. Act. — 1981. — 28(7). — P. 981-976.
- [15] Carmichael H. An Open system approach to quantum optics. — Berlin: Springer-Verlag, 1993.
- [16] Gardiner C.W. Quantum noise. — Berlin: Springer-Verlag, 1991.
- [17] Walls D. F., Milburn G.J. Quantum optics. — New York: Springer-Verlag, 1995.
- [18] Мандель Л., Вольф Э. Оптическая когерентность и квантовая оптика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. — 896 с.
- [19] Mollow B.R. Quantum theory of field attenuation // Phys. Rev. — 1968. — 168. — P. 1896-1919.

- [20] Zoller p., Marte M., Walls D.F. Quantum jumps in atomic systems // Phys. Rev. A. — 1987. — 35. — P. 198-207.
- [21] Ueda M., Imoto N., Ogawa T. Microscopic theory of the continuous measurement of photon number // Phys. Rev. A. — 1990. — 41. — P. 4127-4130.
- [22] Dodonov A.V., Mizrahi S.S., Dodonov V.V. Quantum photodetection distributions with “nonlinear” quantum jump superoperator // J. Opt. B: Quant. Semicl. Opt. — 2005. — 7. — P. 99-108.
- [23] Dodonov A. V., Mizrahi S.S., Dodonov V.V. Microscopic models of quantum-jump superoperators // Phys. Rev. A. — 2005. — 72(2). — P. 023816(8).
- [24] Dodonov A. V., Mizrahi S.S., Dodonov V.V. Engineering quantum jump superoperators for single-photon detectors // Phys. Rev. A. — 2006. — 74(3). — P. 033823(7).
- [25] Dodonov A. V., Mizrahi S.S., Dodonov V.V. Inclusion of nonidealities in the continuous photodetection model // Phys. Rev. A. — 2007. — 75(1). — P. 013806(8).
- [26] Wagner C., Brecha R.J., Schenzle A., Walther H. Phase diffusion, entangled states, and quantum measurements in the micromaser // Phys. Rev. A. — 1993. — 47. — P. 5068-5079.
- [27] Briegel H-J., Englert B-G., Sterpi N., Walther H. One-atom maser: Statistics of detector clicks // Phys. Rev. A. — 1994. — 49(4). — P. 2962-2985.
- [28] Мирошниченко Г.П. Измерение статистических характеристик квантованной моды в различных режимах фотодетектирования // ЖЭТФ. — 2007. — 131(5). — С. 829-841.
- [29] Мирошниченко Г.П. Дискретное фотодетектирование для протоколов линейных оптических квантовых вычислений и коммуникаций // ЖЭТФ. — 2011. — 139(5). — С. 1-11.
- [30] Terashima H. Information, fidelity, and reversibility in photodetection processes // Phys. Rev. A. — 2011. — 83(3). — P. 032111(13).