НАНОСИСТЕМЫ: ФИЗИКА, ХИМИЯ, МАТЕМАТИКА, 2011, 2 (1), С. 47–63

УДК 54.138

ИСТОЧНИКИ И ДЕТЕКТОРЫ ОДИНОЧНЫХ ФОТОНОВ НА ОСНОВЕ МИКРО- И НАНООПТИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Г. П. Мирошниченко[1]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

gpmirosh@gmail.com

Дан краткий обзор применения микро- и наноструктур в современной фотонике. Отмечено, что для современной информатики особый интерес представляют технологии фабрикования высокодобротных волноводов и микрорезонаторов, с помощью которых можно локализовать фотоны, изолировать их от внешней среды. В работе развита теория дискретного когерентного фотодетектирования фоковских состояний моды микрорезонатора. Развита схема фотодетектора, различающего однофотонные и двухфотонные состояния поля. Здесь в качестве зонда предлагается использовать пакет из атомов, размещенный в микрорезонаторе. С помощью зондов, косвенно, можно определять состояние квантовой моды резонатора, тестируя энергетические состояния атомов пакета после окончания их взаимодействия с модой в течение строго определенного времени взаимодействия. Развита теория генератора однофотонных состояний моды микрорезонатора. Накачка микрорезонатора осуществляется полем резонансной флуоресценции от одного атома-источника, возбуждаемого внешним классическим полем. Однофотонное состояние моды обнаруживается с помощью процесса дискретного когерентного фотодетектирования. Как показано в работе, параметры детектора можно выбрать так, что в момент получения информации о возбужденном состоянии атома-зонда можно однозначно сделать вывод о состоянии моды резонатора. Условная редуцированная матрица плотности моды будет соответствовать чистому фоковскому однофотонному состоянию.

Ключевые слова: оптические нано- и микроструктуры, микрорезонатор, дискретное когерентное фотодетектирование, детектор фоковских состояний, генератор однофотонных состояний.

1. Введение

Квантовые информационные технологии, как новое направление современной информатики, науки, изучающей способы обработки, передачи и хранения информации — основаны на управлении квантовой единицей информации (кубитом). Единичные фотоны (кванты света), распространяющиеся в оптических системах, могут быть использованы в качестве кубитов [1]. В настоящее время на принципах квантовой оптики действуют протоколы квантовых коммуникаций - квантовая криптография, квантовая телепортация, плотное кодирование [2, 3]. Предложены и частично реализованы масштабируемые схемы линейных оптических квантовых вычислений [4, 5]. Разработаны архитектуры масштабируемых квантовых оптических сетей, использующих приборы, работающие по законам линейной оптики [3, 6, 7]. Исследованы методы запоминания и воспроизведения квантовой информации, закодированной в состояниях фотонов, локализованных в высокодобротных резонаторах, в интерферометрах, волноводах, линиях задержки [8–12]. Изучены методы записи квантовой информации, кодированной в состояниях поляризации фотонов, на квантовые состояния одиночных атомов, или на коллективные квантовые состояния атомного ансамбля, и ее последующего считывания [13–15]. В настоящее время очень актуальны усилия по оптимизации протоколов квантовой криптографии, уменьшению потерь информации в квантовых каналах, созданию оптической памяти с малыми потерями, быстрых оптических переключателей, совершенствованию эффективности детекторов фотонов, снижению «мертвого» времени и частоты темновых срабатываний, созданию одномодовых однофотонных источников.

Большим потенциалом обладают информационные технологии, работающие по протоколам линейных оптических квантовых вычислений и коммуникаций [2, 3]. Здесь преобразование информации, закодированной в состояниях одиночных фотонов, осуществляется с помощью линейных оптических элементов - светоделителей, поляризационных светоделителей, фазовых пластинок, зеркал и других элементов. Трудности развития данных направлений обусловлены тем, что из-за отсутствия взаимодействия фотонов в линейных элементах оптики, протоколы квантовых оптических информационных технологий, использующие двух и многокубитные операции, становятся вероятностными. Неопределенность в результате обработки квантовой информации связана с тем, что в вероятностных протоколах используются условные квантовые состояния мод, базирующиеся на случайных результатах фотодетектирования [4, 5] . Другая трудность квантовых оптических технологий связана с симметрией фотонов, как частиц, подчиняющихся статистике Бозе—Эйнштейна [3] . Эта особенность проявляется, в частности, в том, что одиночные фотоны, взаимодействующие с линейными оптическими элементами, могут группироваться в многофотонные состояния. Современные фотоника и оптоинформатика предоставляют широкие возможности манипулирования одиночными фотонами [16–18]. Развиты технологии фабрикования высокодобротных волноводов и микрорезонаторов, с помощью которых можно локализовать фотоны, изолировать их от внешней среды. Микрорезонаторы различных форм (микропиллары, микроторроиды, микросферы, микродиски, фотонные нанокристаллы) из полимерных материалов, на основе полупроводников, на основе кремния, соединенные волноводами, выполняющие линейные оптические операции, можно интегрировать в оптические микрочипы [19–25].

Развитие квантовых оптических технологий требует создания источников одиночных фотонов «по требованию», когда фотон создается в заданный момент времени, или «по уведомлению», когда (случайный) момент появления фотона объявляется экспериментатору. Для получения единичных фотонов предлагаются способы генерирования неклассического антигруппированного света, из которого можно извлечь фотоны в виде гауссовских временных пакетов в заданном временном интервале [26, 27]. Логические операции с такими «летящими» кубитами производятся в информационных оптических схемах с фазовыми гейтами [28]. Изучаются способы создания неклассических состояний моды электромагнитного поля, в частности, фоковских состояний в высокодобротном резонаторе [29]. Возможность построения квантового процессора на однофотонных состояниях обсуждается в [30]. Однофотонные источники можно получать на основе микрорезонаторов, в которых с помощью литографии сфабрикованы активные квантовые точки [31–37], на основе полупроводниковых наноструктур, на азотных центрах окраски в алмазе [38]. Многие протоколы квантовых оптических информационных технологий используют перепутанные пары фотонов (бифотоны). Такие фотонные поля генерируются с помощью нелинейных кристаллов в процессе параметрической генерации. Разработаны высокопроизводительные источники пар перепутанных фотонов, которые получают, например, с помощью периодически поляризованных кристаллов, а также для лучшего согласования модовых структур, с помощью оптических волноводов в кристаллах, микроструктурированных периодически поляризованными доменами [39–41]. Фотонные источники «по уведомлению» для квантовых коммуникаций разработаны на микроструктурированных оптических волокнах из фотонных кристаллов [42, 43]. По сравнению с источниками бифотонов на параметрической генерации, источники на фотонных кристаллах имеют большую спектральную яркость, малые размеры, малые шумы, дают одномодовую генерацию в широком спектральном диапазоне.

Для функционирования протоколов квантовых оптических информационных технологий необходимы детекторы одиночных фотонов (однофотонных фоковских состояний моды излучения). В настоящее время имеются эффективные фотодетекторы, способные откликаться на однофотонные состояния поля и отличать их от многофотонных состояний [44, 45]. Здесь можно отметить лавинные кремниевые, германиевые, на полупроводниковых гетероструктурах фотодиоды, работающие на гейгеровской моде [46, 47], полупроводниковый счетчик фотонов видимого света (английская аббревиатура VLPC) [48], канальные транзисторы на квантовых точках (английская аббревиатура QDOGFET) [49]. Для различения однофотонных (фоковских) состояний поля от многофотонных используют и специальные методы детектирования. Это метод, использующий временное перепутывание фотонов [50, 51]. Здесь многофотонные состояния расщепляются на однофотонные состояния, различающиеся временем запаздывания. В другом методе применяется каскадное детектирование [52, 53]. Здесь многофотонное состояние расщепляется на однофотонные, которые перепутываются со вспомогательными модами на СД. Квантовые состояния вспомогательных мод анализируются на системе фотодетекторов.

Перечисленные выше фотодетекторы можно назвать некогерентными по той причине, что эти приборы взаимодействуют с измеряемым квантованным электромагнитным полем некогерентно. Все эти приборы имеют зонную, близкую к сплошному спектру, структуру возбужденных уровней, что приводит к тому, что при взаимодействии фотон *поглощается детектором* и не происходит когерентного обмена энергией между уровнями детектора и измеряемой модой поля. Вместе с тем имеются теоретические предложения и эксперимент, когда измеряемая мода поля взаимодействует с уровнями зонда когерентно, а состояния зонда измеряются мгновенно, либо в ионизационной камере, либо с помощью возбуждения флюоресценции с вышележащих уровней [54–60]. В работах [61–63] приводятся результаты численных экспериментов и дана теория метода дискретного когерентного фотодетектирования. С помощью данного метода можно анализировать состояние моды резонатора. Для этого используется вспомогательный атом — зонд, который взаимодействует с модой когерентно в течение строго определенного времени T_{int}. По окончании взаимодействия атом — зонд подвергается мгновенному, селективному к энергетическим состояниям атома, измерению.

В настоящей работе метод дискретного когерентного детектирования предлагается применить для обнаружения однофотонных состояний полевой моды микрорезонатора, накачиваемой полем резонансной флюоресценции. В работе также проанализирована возможность применения детектора, работающего по принципу дискретного когерентного фотодетектирования. для различения однофотонных и двухфотонных фоковских состояний моды. Для этой цели в качестве зонда предложено использовать пакет атомов, размещенных в микрорезонаторе (или рядом с ним). Для правильной работы детектора необходимо, как показано в работе, правильно его «настроить» (выбрать соответствующие значения параметров, определяющих его работу).

2. Одномодовый детектор, различающий состояния оператора числа фотонов моды (фоковские состояния)

Детектор представляет собой микрорезонатор, в объеме которого имеется кластер из N атомов. Центры масс атомов локализованы в точках r_n и неподвижны. В микрорезонаторе присутствует квантованная мода излучения. Микрорезонатор предполагается одномодовым, поэтому для описания взаимодействия атомов детектора с модой применима модель Бонифачио. Цель детектирования — различить одно и двухфотонные состояния моды. Информация о состоянии квантованной моды в момент времени t получается при тестировании энергетического состояния атомного пакета (например, в ионизационной камере, или с помощью вспомогательного лазера, вызывающего резонансную флуоресценцию с заданного уровня). Гамильтониан H_{AM} взаимодействия (в резонансном приближении) квантованной моды поля с атомным пакетом, состоящим из N атомов, локализованных в точках r_n, имеет вид

$$H_{AM} = \lambda \left(a^{\clubsuit} \cdot S^{(-)} + a \cdot S^{(+)} \right). \tag{1}$$

Здесь введены обозначения коллективных атомных операторов

$$S^{(\pm)} = \sum_{n=1}^{N} \sigma_n^{(\pm)} \cdot \exp\left(\pm\, i \cdot k \cdot r_n\right), \quad S^{(3)} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=1}^{N} \sigma_n^{(3)},$$

где повышающие и понижающие операторы двухуровневых атомов пакета

$$\sigma_n^{(+)} = |1\rangle_{n\,n} \langle 0| \;, \quad \sigma_n^{(-)} = |0\rangle_{n\,n} \langle 1| \;, \quad \sigma_n^{(3)} = |1\rangle_{n\,n} \langle 1| - |0\rangle_{n\,n} \langle 0| \;, \quad n = 1, 2......N.$$

Здесь $|0\rangle_n$ и $|1\rangle_n$ - нижний и верхний (по энергии) векторы состояния n- ого двухуровневого атома детектора, k, $a^{\clubsuit}$, a - волновой вектор и операторы рождения (уничтожения) квантов моды, λ - параметр атомно-полевого взаимодействия, имеющий размерность частоты. Коллективные операторы удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры su(2)

$$\left[S^{(+)}, S^{(-)} \right] = 2 \cdot S^{(3)}, \quad \left[S^{(3)}, S^{(\pm)} \right] = \pm\, S^{(\pm)}.$$

Воспользуемся индексами алгебры su(2) для обозначения атомного базиса. Для этой цели введем обозначение оператора Казимира

$$S^2 = \frac{1}{2} \left(S^{(+)} S^{(-)} + S^{(-)} S^{(+)} \right) + \left(S^{(3)} \right)^2.$$

Будем использовать полносимметричный (по перестановкам) атомный базис, определяемый уравнениями

$$S^2 \,|J, m\rangle_A = J\,(J+1)\,|J, m\rangle_A\,, \quad S^{(3)}\,|J, m\rangle_A = m\,|J, m\rangle_A\,, \;\; J = N/2, \quad -J \leqslant m \leqslant J \tag{2}$$

Определим оператор «числа возбуждений» M, коммутирующий с гамильтонианом (1)

$$M = a^{\clubsuit} a + S^{(3)} + N/2. \tag{3}$$

Оператор развития атомно-полевой матрицы плотности удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial U\,(t)}{\partial t} = H_{AM} \cdot U\,(t)\;, \quad U\,(0) = I_{AM} \quad , \tag{4}$$

где I_{AM} - тождественный атомно-полевой оператор, постоянная Планка $\hbar$ принимается равной единице. Для наших целей достаточно найти редуцированные по атомам операторы развития (трансформеры) Крауса [64], описывающие преобразование редуцированной матрицы плотности моды, обусловленное результатом измерения энергетического состояния атомов пакета. Будем предполагать, что число фотонов моды до процесса детектирования не превосходит двух, а начальное состояние всех атомов пакета — основное. Для описания процесса детектирования необходимо получить атомные операторы $U\,(t)_{km}$, которые определяются следующим образом

$$U\,(t) = \sum_{k,m=0} U\,(t)_{km}\,|k\rangle\,\langle m|. \tag{5}$$

Здесь $|k\rangle, k = 0, 1, 2...$ - фоковские состояния квантованной моды. Подставим (5) в (4), используем определение (1), получим систему уравнений для первых девяти операторов $U(t)_{km}$, $k, m = 0, 1, 2$. Этих девяти операторов достаточно для описания процессов фотодетектирования в случае, если в начальном состоянии моды $\rho_M(0)$ число фотонов не превышает двух, а начальное, перед детектированием, состояние атомов детектора основное $|N/2, -N/2\rangle_A$ (2) . В этом случае максимальное «число возбуждений» (3) для атомно-полевых состояний не превышает двух $(M \leqslant 2)$. При этом условии максимальное число фотонов в полевой моде в процессе взаимодействия с атомами детектора не может превысить двух. Поэтому естественно ограничиться фотонным базисом, состоящим из трех векторов $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$. Система уравнений для атомных операторов $U(t)_{km}$, $k, m = 0, 1, 2$ разбивается на три группы и имеет вид

$$\begin{cases} i\frac{\partial U(t)_{0k}}{\partial t} = \lambda \cdot S^{(+)} U(t)_{1k} \,, \\ i\frac{\partial U(t)_{1k}}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\sqrt{2} \cdot S^{(+)} U(t)_{2k} + S^{(-)} U(t)_{0k}\right) \,, \\ i\frac{\partial U(t)_{2k}}{\partial t} = \lambda \cdot \sqrt{2} \cdot S^{(-)} U(t)_{1k} \,, \\ k = 0, 1, 2 \,. \end{cases} \tag{6}$$

Три операторные системы уравнений имеют одинаковые общие решения, но решать их надо с различными начальными данными. Так, решение системы (6) при $k = 0$ с начальным условием

$$U(t)_{00}\big|_{t=0} = I_A,\ U(t)_{10}\big|_{t=0} = 0,\ U(t)_{20}\big|_{t=0} = 0,$$

имеет вид

$$\begin{cases} U(t)_{00} = S^{(+)} \frac{1}{C}\left(\cos\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) - I_A\right) S^{(-)} + I_A \,, \\ U(t)_{10} = -i\frac{1}{\sqrt{C}} \sin\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) S^{(-)} \,, \\ U(t)_{20} = S^{(-)} \frac{\sqrt{2}}{C}\left(\cos\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) - I_A\right) S^{(-)} \,. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь введено обозначение атомного оператора C

$$C = S^{(-)}S^{(+)} + 2S^{(+)}S^{(-)} = 3S^2 - 3\left(S^{(3)}\right)^2 + S^{(3)}.$$

Решение системы (6) при $k = 1$ с начальными данными

$$U(t)_{01}\big|_{t=0} = 0\ ,\ U(t)_{11}\big|_{t=0} = I_A\ ,\ U(t)_{21}\big|_{t=0} = 0,$$

имеет вид

$$\begin{cases} U(t)_{01} = -i \cdot S^{(+)} \frac{1}{\sqrt{C}} \sin\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) \,, \\ U(t)_{11} = \cos\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) \,, \\ U(t)_{21} = -i \cdot S^{(-)} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{C}} \sin\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) \,. \end{cases} \tag{8}$$

Решение системы (6) при $k = 2$ с начальными данными

$$U(t)_{02}\big|_{t=0} = 0,\ U(t)_{12}\big|_{t=0} = 0,\ U(t)_{22}\big|_{t=0} = I_A,$$

имеет вид

$$\begin{cases} U(t)_{02} = S^{(+)} \frac{\sqrt{2}}{C}\left(\cos\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) - I_A\right) S^{(+)} \,, \\ U(t)_{12} = -i\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{C}} \sin\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) S^{(+)} \,, \\ U(t)_{22} = S^{(-)} \frac{2}{C}\left(\cos\left(\lambda\sqrt{C} \cdot t\right) - I_A\right) S^{(+)} + I_A \,. \end{cases} \tag{9}$$

Получим с помощью вышеприведенных формул операторы положительно определенной операторной меры (трансформеры Крауса), действующие на состояния квантованной моды.

Так как предполагается, что начальное состояние атомов детектора основное $|N/2,-N/2\rangle_A$, то при действии на $|N/2,-N/2\rangle_A$ операторов (7), (8), (9) ненулевой результат дают только операторы $U(t)_{00}$, $U(t)_{11}$, $U(t)_{22}$, $U(t)_{01}$, $U(t)_{02}$, $U(t)_{12}$. Подействуем этими операторами на основное атомное состояние

$$U(t)_{00}\,|N/2,-N/2\rangle_A = |N/2,-N/2\rangle_A\,, \tag{10}$$

$$U(t)_{11}\,|N/2,-N/2\rangle_A = \cos\left(\lambda\sqrt{N}\cdot t\right)\cdot|N/2,-N/2\rangle_A\,, \tag{11}$$

$$U(t)_{22}\,|N/2,-N/2\rangle_A = \left(\frac{N}{2N-1}\cdot\left(\cos\left(\lambda\sqrt{4N-2}\cdot t\right)-1\right)+1\right)\cdot|N/2,-N/2\rangle_A\,, \tag{12}$$

$$U(t)_{01}\,|N/2,-N/2\rangle_A = -i\cdot\frac{\sin\left(\lambda\sqrt{N}\cdot t\right)}{\sqrt{N}}\cdot S^{(+)}\,|N/2,-N/2\rangle_A\,, \tag{13}$$

$$U(t)_{12}\,|N/2,-N/2\rangle_A = -i\cdot\frac{\sin\left(\lambda\sqrt{4N-2}\cdot t\right)}{\sqrt{2N-1}}\cdot S^{(+)}\,|N/2,-N/2\rangle_A\,, \tag{14}$$

$$U(t)_{02}\,|N/2,-N/2\rangle_A = \sqrt{2}\cdot\frac{\cos\left(\lambda\sqrt{4N-2}\cdot t\right)-1}{4N-2}\cdot\left(S^{(+)}\right)^2|N/2,-N/2\rangle_A\,. \tag{15}$$

В изучаемом случае, когда в полевой моде присутствуют фоковские состояния с числом фотонов не больше двух, при детектировании возможны следующие три события в момент наблюдения состояния атомного кластера: 1) не обнаружены возбужденные атомы; 2) присутствует один возбужденный атом; 3) присутствуют два возбужденных атома. Предположим, что изучаемый в данной работе метод фотодетектирования идеален (не пропускает измеряемые атомы), влияние неидеальности детектирования рассмотрим в последнем разделе работы. При этом условии детектор дает отклик на два взаимодополнительных события: все атомы пакета в момент измерения найдены в основном состоянии (случайная переменная $\zeta=0$, будем называть такой отклик детектора - щелчок «down»), и найден хотя бы один атом в возбужденном состоянии (случайная переменная $\zeta=1$, будем называть такой отклик детектора - щелчок «up»). Два оператора положительно определенной операторной меры $T^{(\zeta)}$, действующие в пространстве атомных переменных и связанные с этими событиями, имеют вид

$$T^{(0)} = |0\rangle_1\,|0\rangle_2\ldots|0\rangle_N\;{}_N\langle 0|\ldots{}_2\langle 0|\,{}_1\langle 0|\quad, \tag{16}$$

$$\begin{gathered}T^{(1)} = \sum_{n=1}^{N}|0\rangle_1\ldots|1\rangle_n\ldots|0\rangle_N\;{}_N\langle 0|\ldots{}_n\langle 1|\ldots{}_1\langle 0|+\\ +\sum_{n>m=1}^{N}|0\rangle_1\ldots|1\rangle_m\ldots|1\rangle_n\ldots|0\rangle_N\;{}_N\langle 0|\ldots{}_n\langle 1|\ldots{}_m\langle 1|\ldots{}_1\langle 0|\end{gathered}\;. \tag{17}$$

Условная редуцированная ненормированная матрица плотности моды $\rho_M^{(\zeta)}(t)$, обусловленная результатом измерения в момент времени t (случайная переменная ζ принимает одно из возможных значений 0 или 1), вычисляется по формуле

$$\rho_M^{(\zeta)}(t) = Sp_A\left(T^{(\zeta)}\cdot U(t)\,|N/2,-N/2\rangle_A\,{}_A\langle N/2,-N/2|\,\rho_M(0)\,U^{\clubsuit}(t)\right). \tag{18}$$

Операторы положительно определенной операторной меры, действующие в пространстве состояний моды (трансформеры Крауса, $K_p, p=0,1,2$) определяются согласно соотношению

$$\rho_M^{(0)}(t) = K_0\,\rho_M(0)\,K_0^{\clubsuit}\quad, \tag{19}$$

$$\rho_M^{(1)}(t) = K_1\,\rho_M(0)\,K_1^{\clubsuit} + K_2\,\rho_M(0)\,K_2^{\clubsuit}. \tag{20}$$

Трансформер K_0 действует на полевую матрицу, если в момент времени t в детекторе произошел щелчок «down». Трансформеры K_1 и K_2 преобразуют полевую матрицу, если в детекторе произошел щелчок «up». Вероятность P_1 щелчка «up», если начальное полевое состояние определяется матрицей $\rho_M(0)$, определяется по формуле

$$P_1 = Sp_M\left(\left(K_1^{\clubsuit}K_1 + K_2^{\clubsuit}K_2\right)\,\rho_M(0)\right). \tag{21}$$

Вероятность P_0 щелчка «down» равна

$$P_0 = 1 - P_1 = Sp_M\left(K_0^{\clubsuit}K_0\,\rho_M(0)\right). \tag{22}$$

Здесь $Sp_M(\cdot)$, $Sp_A(\cdot)$ - операция взятия следа по состояниям моды или атома. Для получения трансформеров $K_p, p = 0,1,2$ необходимо найти матричные элементы операторов $S^{(+)}$ и $\left(S^{(+)}\right)^2$ между основным и однократно или двукратно возбужденными атомными состояниями

$$\begin{aligned}
&{}_1\langle 0|\ldots_{N-1}\langle 0|_N\langle 0 \mid N/2, -N/2\rangle_A = 1\,,\\
&{}_1\langle 0|\ldots_n\langle 1|\ldots_{N-1}\langle 0|_N\langle 0|\,S^{(+)}\,|N/2, -N/2\rangle_A = \exp\left(i\cdot k\cdot r_n\right)\,,\\
&{}_1\langle 0|\ldots_n\langle 1|\ldots_m\langle 1|\ldots_{N-1}\langle 0|_N\langle 0|\left(S^{(+)}\right)^2|N/2, -N/2\rangle_A =\\
&= \exp\left(i\cdot k\cdot(r_n + r_m)\right)\,,\quad n, m = 1, 2\ldots N,\quad n \neq m\,.
\end{aligned} \tag{23}$$

Получим явные выражения для трансформеров $K_p, p = 0,1,2$, используя формулы (10)–(23)

$$K_0 = |0\rangle\langle 0| + \cos\left(\lambda\sqrt{N}\cdot t\right)|1\rangle\langle 1| + \left(\frac{N}{2N-1}\cdot\left(\cos\left(\lambda\sqrt{4N-2}\cdot t\right) - 1\right) + 1\right)|2\rangle\langle 2|\,, \tag{24}$$

$$K_1 = -i\left(\sin\left(\lambda\sqrt{N}\cdot t\right)|0\rangle\langle 1| + \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{2N-1}}\sin\left(\lambda\sqrt{4N-2}\cdot t\right)|1\rangle\langle 2|\right)\,, \tag{25}$$

$$K_2 = \frac{\sqrt{N(N-1)}}{4N-2}\left(\cos\left(\lambda\sqrt{4N-2}\cdot t\right) - 1\right)|0\rangle\langle 2|\,. \tag{26}$$

Настройка детекторов производится с помощью выбора времени взаимодействия $t = T_{int}$, числа атомов в пакете N и параметра взаимодействия λ. Настраиваемые параметры выбираются согласно соотношениям

$$\left\{\begin{array}{l}
\cos\left(\lambda\sqrt{4N-2}\cdot t\right) = 1\,,\\
\cos\left(\lambda\sqrt{N}\cdot t\right) = 0\,.
\end{array}\right. \tag{27}$$

После выдержки фотонов в микрорезонаторах в течение времени взаимодействия $t = T_{int}$, производится мгновенное селективное измерение состояний атомов — зондов в пакете. При условии (27) обнаружение атома в возбужденном состоянии однозначно свидетельствует о том, что в момент измерения в резонаторе имелось однофотонное состояние моды. Преобразование произвольной линейной комбинации состояний моды при действии на нее оператора K_1 (щелчок «up») имеет вид

$$K_1\left(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle\right) = -i\beta|0\rangle\,.$$

В результате детектирования однофотонное состояние разрушается (поглощается фотон). Если срабатывает детектор, обнаруживающий все атомы пакета в основном состоянии, то это будет свидетельствовать о том, что найдено двухфотонное или вакуумное состояние моды соответствующего микрорезонатора. Преобразование произвольной линейной комбинации состояний моды при действии на нее оператора K_0 (щелчок «down») имеет вид

$$K_0\left(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle\right) = \alpha|0\rangle + \gamma|2\rangle\,.$$

В результате такого события состояние моды $|2\rangle$ или $|0\rangle$ резонатора обнаруживается и не разрушается. Одновременное выполнение равенств (27) возможно с любой точностью, например, с помощью следующих соотношений. Выберем

$$\lambda \cdot T_{int} \cdot \sqrt{N} = \frac{\pi}{2}(1 + 2 \cdot m)\ , \quad m = 0, 1, 2.... \quad . \tag{28}$$

Подставим (28) в (27), получаем условие

$$\cos\left(\pi(1+2m)\sqrt{1-\frac{1}{2N}}\right) = 1. \tag{29}$$

Соотношению (29) можно удовлетворить, например, выбрав

$$m = 2N. \tag{30}$$

При больших N условие (29) выполняется

$$\cos\left(\pi(1+4N)\sqrt{1-\frac{1}{2N}}\right) \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi}{8N}\right)^2 \underset{N\to\infty}{\longrightarrow} 1 \tag{31}$$

Из (28), (30) параметр λ и время взаимодействия T_{int} оцениваются, как

$$\lambda \cdot T_{int} = \frac{\pi}{2}\frac{1+4N}{\sqrt{N}}. \tag{32}$$

Приведем численную оценку времени взаимодействия, используя формулу (32). В работах [18,65] приводятся экспериментальные результаты и дана теория взаимодействия моды микрорезонатора с атомами, расположенными внутри резонатора. Константа взаимодействия атома с модой в режиме сильной связи оценивается в десятки гигагерц. Положим $\lambda = 2\pi \cdot 10\,$Ггц, получим оценку, при $N = 10000$

$T_{int} \approx 10^{-8}$сек .

3. Создание однофотонных состояний резонаторной моды в процессе дискретного когерентного фотодетектирования

Теперь рассмотрим другую задачу. Поместим двухуровневый атом (источник) в одномодовый микрорезонатор и возбудим резонансную флуоресценцию внешним классическим резонансным полем. Согласно работе Моллоу [66], резонансная флуоресценция, возбуждаемая сильным классическим резонансным с атомным переходом, электромагнитным полем, имеет характерный трехгорбовый спектр частот. Часть фотонов резонансной флуоресценции захватывается резонатором, возбуждая колебания квантованной резонаторной моды. Опишем процесс дискретного когерентного фотодетектирования резонаторных фотонов, которые появляются в микрорезонаторе благодаря возбуждению атомной резонансной флуоресценции внешним, постоянно действующим резонансным классическим полем. Найдем условия возбуждения, когда в микрорезонаторе будет присутствовать однофотонное (без вакуумной компоненты) поле моды. Информацию о фотонах микрорезонатора будем получать с помощью разреженного потока невозбужденных атомов - зондов. Эти атомы могут, в зависимости от конструкции, пролетать сквозь микрорезонатор или рядом с ним. Предположим, что поток атомов калиброван по скоростям, так, что атомы взаимодействуют с модой резонатора в течение определенного времени τ и следуют друг за другом через интервал времени $T + \tau$, где T - случайный, но достаточно большой интервал времени, когда атомы-зонды отсутствуют в резонаторе. Цикл детектирования разобьем на два этапа. На первом этапе, длительность которого T, атом-зонд подлетает к микрорезонатору, поле в резонаторе, созданное на предыдущем цикле детектирования, развивается в течение времени T под действием возбуждаемого атома-источника и процессов релаксации согласно уравнению Лиувилля для матрицы плотности $\rho_{AM}(t)$ квантовой системы «двухуровневый атом и резонаторная мода»

$$i\frac{\partial}{\partial t}\rho_{AM}(t) = [H_{AM}, \rho_{AM}(t)] - i\Gamma\rho_{AM}(t). \tag{33}$$

Здесь гамильтониан квантовой системы H_{AM} в резонансном приближении имеет вид

$$H_{AM} = F\left(\sigma_A^- + \sigma_A^+\right) + \varepsilon \cdot a^{\clubsuit} a + \kappa\left(a^{\clubsuit} \cdot \sigma_A^- + a \cdot \sigma_A^+\right). \tag{34}$$

Здесь

$$\sigma_A^- = |0\rangle_{A\,A}\langle 1|, \quad \sigma_A^+ = |1\rangle_{A\,A}\langle 0|$$

атомные операторы уничтожения и рождения атомного возбуждения,

$$|0\rangle_A, \quad |1\rangle_A \quad -$$

атомный базис основного и возбужденного уровней, $a^{\clubsuit}$, a - операторы уничтожения и рождения фотона в резонаторе. Символом «$\clubsuit$» отмечен эрмитовосопряженный оператор. Параметры гамильтониана имеют размерность частоты: F - половина частоты Раби возбуждающего классического поля, ε - отстройка частоты моды от частоты атомного перехода, κ - параметр взаимодействия квантованной моды и атома (однофотонная частота Раби). Классическое поле настроено в точный резонанс с атомным переходом. Здесь Γ имеет смысл супероператора релаксации, учитывающего спонтанный распад возбужденного атомного уровня (не полностью учтенный в гамильтониане H_{AM}) и затухание резонаторной моды из-за конечной добротности резонатора. На этом этапе атом-зонд отсутствует в резонаторе. Решение уравнения (33) (в приближении одного времени релаксации) на интервале времени $0 \leqslant t \leqslant T$ имеет вид

$$\rho_{AM}(t) = \rho_{AM}^{(st)} + \exp(-\gamma \cdot t)\exp(-iH_{AM}t)\left(\rho_{AM}(0) - \rho_{AM}^{(st)}\right)\exp(iH_{AM}t). \tag{35}$$

Здесь $\rho_{AM}(0)$ - начальная матрица плотности атома - источника и моды. В приближении одного времени релаксации уравнение для установившейся атомно-полевой матрицы плотности $\rho_{AM}^{(st)}$ имеет вид

$$i\left[H_{AM}, \rho_{AM}^{(st)}\right] + \gamma \cdot \rho_{AM}^{(st)} = \gamma \cdot \rho^{(\gamma)}. \tag{36}$$

Найдем собственные векторы гамильтониана H_{AM}

$$H_{AM}|\varphi_{n,\alpha}\rangle = E_{n,\alpha} \cdot |\varphi_{n,\alpha}\rangle \quad n = 0, 1 \ldots \alpha = 0, 1. \quad . \tag{37}$$

В базисе (37) решение (36) имеет вид

$$\left\langle n, \alpha \left| \rho_{AM}^{(st)} \right| m, \beta \right\rangle = \langle \varphi_{n,\alpha}| \rho^{(\gamma)} |\varphi_{m,\beta}\rangle \cdot \frac{\gamma}{\gamma + i \cdot (E_{n,\alpha} - E_{m,\beta})}. \tag{38}$$

Для упрощения предположим, что температура среды равна нулю, тогда собственная матрица $\rho^{(\gamma)}$ супероператора релаксации Γ для нулевого собственного числа может быть записана в виде (основное состояние)

$$\Gamma\rho^{(\gamma)} = 0, \quad \rho^{(\gamma)} = |0\rangle_{A\,A}\langle 0| \otimes |0\rangle\langle 0|.$$

Здесь введено обозначение для собственных векторов оператора числа фотонов (базис Фока)

$$a^{\clubsuit} a\,|n\rangle = n\,|n\rangle, \quad n = 0, 1, 2.... \quad .$$

По окончании первого этапа атом-зонд появляется в микрорезонаторе и начинается второй этап детектирования — взаимодействие атома-зонда с модой микрорезонатора в течение короткого времени τ. Гамильтониан взаимодействия квантованной моды, атома-источника и атома-зонда (в резонансном представлении) имеет вид

$$H_{AMD} = H_{AM} + \nu \left(a^{\clubsuit} \cdot \sigma_D^- + a \cdot \sigma_D^+ \right). \tag{39}$$

Здесь ν - параметр взаимодействия квантованной моды и атома-зонда,

$$\sigma_D^- = |0\rangle_{D\,D} \langle 1| \,, \quad \sigma_D^+ = |1\rangle_{D\,D} \langle 0| \quad -$$

операторы уничтожения и рождения возбуждения на детекторе,

$$|0\rangle_D \,, \quad |1\rangle_D \quad -$$

векторы основного и возбужденного уровней атома-зонда. В (39) предполагается точный резонанс частот квантованной моды резонатора и перехода между уровнями атома-детектора. Найдем решение уравнения Лиувилля для матрицы плотности трех взаимодействующих подсистем «двухуровневый атом-источник, резонаторная мода, двухуровневый атом-детектор» в приближении одного времени релаксации на интервале $T \leqslant t \leqslant \tau + T$ при следующем упрощении задачи:

$$\begin{array}{l} 1.\;\; \tau \ll T, \\ 2.\;\; \gamma \ll \kappa \ll F \ll \nu, \qquad \gamma \cdot \tau,\; \kappa \cdot \tau,\; F \cdot \tau \ll 1\,. \end{array} \tag{40}$$

Первое предположение означает, что внутри микрорезонатора не могут появиться два и более атомов-зондов. Благодаря второму предположению можно пренебречь изменением состояния атома-источника за время взаимодействия детектора и моды и приближенно записать $\rho_{AMD}(t)$ на интервале $T \leqslant t \leqslant \tau + T$ в виде

$$\rho_{AMD}(t) = \exp\left(-iH_{MD}\, t\right) \rho_{AMD}(T) \exp\left(iH_{MD}\, t\right).$$

Здесь введено обозначение гамильтониана H_{MD}

$$H_{MD} = \varepsilon \cdot a^{\clubsuit} a + \nu \left(a^{\clubsuit} \cdot \sigma_D^- + a \cdot \sigma_D^+ \right) \quad ,$$

здесь

$$\rho_{AMD}(T) = \rho_{AM}(T) \otimes |0\rangle_{D\,D} \langle 0|$$

- начальная (на этапе взаимодействия с детектором) матрица плотности невозбужденного атома-зонда, атома-источника и моды. После микрорезонатора атом-зонд попадает в ионизационную камеру и цикл фотодетектирования заканчивается измерением энергетического состояния зонда.

Дополнительная информация о состоянии вылетевшего из микрорезонатора очередного зондирующего атома может быть использована для расщепления полного ансамбля квантовой системы «атом-источник и резонаторная мода» на подансамбли, обусловленные результатом измерения. Будем предполагать, что ионизационные камеры идеальны, то есть детектируют каждый, попавший в них атом. Введем случайную переменную ξ, принимающую два значения: $\xi = 0,\ 1$. Значение $\xi = 0$ соответствует событию, когда атом обнаружен в нижнем состоянии, $\xi = 1$ - атом обнаружен верхнем состоянии. Априорная вероятность P_ξ каждого события ξ в момент вылета $\tau + T$ атома (перед измерением) рассчитывается по формуле

$$P_\xi = Sp_{AM} \left(M_\xi(\tau) \cdot \rho_{AM}(T) \cdot M_\xi^{\clubsuit}(\tau) \right). \tag{41}$$

Здесь введены обозначения операторов — трансформеров $M_\xi\left(\tau\right)$, $M_\xi^{\clubsuit}\left(\tau\right)$ [64], действующих на редуцированную матрицу плотности квантовой системы $\rho_{AM}\left(T\right)$ (35) в момент $t = T$ (момент влета атома — зонда в резонатор)

$$M_\xi\left(\tau\right) = {}_D\left\langle \xi\right| \exp\left(-iH_{MD}\,\tau\right)\left|0\right\rangle_D, \quad \xi = 0, 1. \tag{42}$$

В результате их действия получаем условную редуцированную матрицу плотности подансамбля квантовой системы $\rho_{AM}\left(T+\tau\left|\xi\right.\right)$ в момент $T+\tau$, обусловленную результатом измерения (случайная переменная ξ принимает одно из двух возможных значений)

$$\rho_{AM}\left(T+\tau\left|\xi\right.\right) = \frac{M_\xi\left(\tau\right)\cdot\rho_{AM}\left(T\right)\cdot M_\xi^{\clubsuit}\left(\tau\right)}{P_\xi} \quad .$$

Процесс квантовых измерений повторяется циклически. Условную редуцированную матрицу плотности в начале ℓ - ого цикла далее для краткости обозначим через $\rho_C\left(\ell\right)$. Матрицы $\rho_C\left(\ell+1\right)$ и $\rho_C\left(\ell\right)$ связаны рекуррентным соотношением

$$\begin{aligned}
&\rho_{AM}\left(T\right) = \rho_{AM}^{(st)} + \exp\left(-\gamma\,T\right)\exp\left(-iH_{AM}T\right)\left(\rho_C\left(\ell\right) - \rho_{AM}^{(st)}\right)\exp\left(iH_{AM}T\right),\\
&P_\xi = Sp_{A,M}\left(M_\xi\left(\tau\right)\rho_{AM}\left(T\right)M_\xi^{\clubsuit}\left(\tau\right)\right),\\
&\rho_C\left(\ell+1\right) = \tfrac{M_\xi(\tau)\rho_{AM}(T)M_\xi^{\clubsuit}(\tau)}{P_\xi}, \;\; \ell = 1, 2, 3... \;\; .
\end{aligned} \tag{43}$$

Выходной сигнал дискретного детектора фотонов представляет собой последовательность импульсов тока в ионизационной камере. Каждый импульс свидетельствует об обнаружении атома-зонда в возбужденном или в основном состоянии. Эта, косвенная, информация должна быть расшифрована и связана с состоянием квантованной моды, непрерывно накачиваемой от атома-источника. В результате накачки в резонаторе могут возникать разные распределения фотонов. В зависимости от соотношения параметров, атом–зонд может по-разному реагировать на статистику внутрирезонаторных фотонов. *Найдем соотношение параметров, при котором вылетающий из резонатора атом несет информацию об однофотонном состоянии поля резонатора*. Для получения этого соотношения запишем явные выражения для трансформеров (42):

$$\begin{aligned}
&M_0\left(\tau\right) = \exp\left(i\varepsilon\left(0.5 - a^{\clubsuit}a\right)\tau\right)\cdot\left(\cos\left(\tau\nu\,\Theta\right) - i\tfrac{\varepsilon}{2\nu}\tfrac{\sin(\tau\nu\,\Theta)}{\Theta}\right),\\
&M_1\left(\tau\right) = -i\exp\left(-i\varepsilon\left(0.5 + a^{\clubsuit}a\right)\tau\right)\cdot\, a\,\cdot\,\tfrac{\sin(\tau\nu\,\Theta)}{\Theta}.
\end{aligned}$$

Здесь введено обозначение для оператора Θ

$$\Theta = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon}{2\nu}\right)^2 + a^{\clubsuit}a} \quad .$$

Выберем длительность взаимодействия τ и параметр взаимодействия атома–зонда и моды ν и отстройку ε, исходя из условия

$$\sin\left(\sqrt{\left(\varepsilon\tau/2\right)^2 + \left(\tau\nu\right)^2}\right) = 0 \quad .$$

Параметр ν выбираем по формуле (минимальное значение)

$$\tau\nu = \sqrt{\pi^2 - \left(\varepsilon\tau/2\right)^2} \quad . \tag{44}$$

Остальные параметры должны удовлетворять условиям (40). Изучим режим работы фотодетектора, когда время T свободного, без атомов-зондов, развития достаточно велико

$$\gamma T \gg 1 \quad , \tag{45}$$

так, чтобы по окончании этого времени на первом этапе детектирования редуцированная атомно-полевая матрица плотности пришла в стационарное состояние

$$\rho_{AM}(T) \approx \rho_{AM}^{(st)}. \tag{46}$$

Здесь $\rho_{AM}^{(st)}$ дается формулой (38). Невозбужденный атом-зонд, влетающий в микрорезонатор, взаимодействует с модой, которая накачивается от источника. Это взаимодействие приводит к перераспределению энергии по моде и изменению среднего числа фотонов в микрорезонаторе. Среднее число фотонов в микрорезонаторе для полного ансамбля мало. Как следствие, можно предположить, что вылетающие атомы–зонды будут часто обнаруживаться в основном (не возбужденном) состоянии. Цель работы — изучение статистики противоположных событий, а именно обнаружений атомов-зондов в возбужденном состоянии. Априорная вероятность таких событий P_1 (43) в выбранном режиме работы (45) рассчитывается по формуле

$$P_1 = Sp_{A,M}\left(M_1(\tau)\,\rho_{AM}^{(st)}\,M_1^{\clubsuit}(\tau)\right). \tag{47}$$

Используем приближенные решения для $\rho_{AM}^{(st)}$, найденные с помощью теории возмущений, при наборе параметров

$$F = 2,\ \kappa = 0.3,\ \ \gamma = 0.01 \tag{48}$$

и с помощью (47) получим приближенную формулу для оценки априорной вероятности P_1 во втором порядке теории возмущений по параметрам (48) при выборе (44) - (46)

$$P_1 = \frac{\kappa^4 F^2}{\varepsilon^4 (2F-\varepsilon)^2}\left(1 + 8\frac{2F^2+\varepsilon^2}{(2F+\varepsilon)^2} + \frac{\varepsilon F}{(\varepsilon - F)^2}\right)\frac{\nu^2}{\varepsilon^2+8\nu^2}\cdot\sin^2\left(\frac{\tau}{2}\sqrt{\varepsilon^2+8\nu^2}\right). \tag{49}$$

Формула неплохо описывает крылья одно и двухфотонного резонансов. Для описания резонансов более высокой кратности необходимы формулы теории возмущений для порядков более высоких, чем второй.

С помощью рекуррентных соотношений (43) можно смоделировать реализации случайных результатов последовательных квантовых измерений состояний вылетающих из резонатора атомов-зондов. Реализация представляет собой дихотомический случайный процесс, когда случайная переменная ξ принимает два возможных значения: 0 или 1. С помощью данной реализации можно рассчитать редуцированную матрицу плотности $\rho_C(\ell+1)$ в конце ℓ - ого, начале $\ell+1$ - ого цикла фотодетектирования. В рассматриваемом приближении (45), (46) в конце любого цикла возможны две различные условные редуцированные матрицы плотности квантовой системы. Случайно, с вероятностью P_1 (47), можно получить матрицу плотности $\rho_C^{(1)}$ (случайная переменная $\xi = 1$)

$$\rho_C^{(1)} = \frac{M_1(\tau)\,\rho_{AM}^{(st)}\,M_1^{\clubsuit}(\tau)}{P_1}. \tag{50}$$

Или, с вероятностью $P_0 = 1 - P_1$, можно получить матрицу $\rho_C^{(0)}$ (случайная переменная $\xi = 0$)

$$\rho_C^{(0)} = \frac{M_0(\tau)\,\rho_{AM}^{(st)}\,M_0^{\clubsuit}(\tau)}{P_0}\quad .$$

В приближении (45), (46) вероятность P_1 не зависит от предыстории и для значения отстройки $\varepsilon = 3.7$ приближенно равна $P_1 \approx 0.001$ (по формуле (49)). Тогда по формуле Бернулли среднее число событий $\xi = 1$ из $N = 2000$ попыток равно $N \cdot P_1 \approx 2$. Такое число событий наблюдалось в численном эксперименте, где выбиралось время $T = 1000$.

Исследуем свойства условного состояния квантовой системы $\rho_C^{(1)}$, получаемого в микрорезонаторе сразу после обнаружения атома-зонда в возбужденном состоянии в ионизационной камере. Редуцируем матрицу $\rho_C^{(1)}$ по состояниям атома и получим состояние моды резонатора $\rho_M^{(1)}$

$$\rho_M^{(1)} = Sp_A\left(\rho_C^{(1)}\right) \quad .$$

Заселенность однофотонного состояния в $\rho_M^{(1)}$ рассчитывается по формуле

$$\left(\rho_M^{(1)}\right)_{1,1} = \frac{\langle 1|\, M_1(\tau)\, Sp_A\left(\rho_{AM}^{(st)}\right)\, M_1^{\clubsuit}(\tau)\,|1\rangle}{\sum\limits_{n=1} \langle n|\, M_1(\tau)\, Sp_A\left(\rho_{AM}^{(st)}\right)\, M_1^{\clubsuit}(\tau)\,|n\rangle}. \tag{51}$$

Оценим отклонение заселенности однофотонного состояния от единицы $1-\left(\rho_M^{(1)}\right)_{1,1}$ сразу после момента обнаружения атома-зонда в возбужденном состоянии в зависимости от отстройки резонатора ε для набора параметров расчета (48), (44). Начиная с $\varepsilon \approx 2$ отклонение заселенности $1-\left(\rho_M^{(1)}\right)_{1,1}$ выходит на стационарный режим и принимает значение, близкое к 0. Например, при $\varepsilon = 3.7$ имеем: $1-\left(\rho_M^{(1)}\right)_{1,1} = 0.000766$. В этот момент в резонаторе сформировано практически чистое однофотонное состояние. Как показывают оценки, при фиксированных параметрах $F = 2$, $\kappa = 0.3$, $\tau = 0.02$, $\varepsilon = 3.7$, и при условии (44) с ростом γ повышается чистота однофотонного состояния, но и резко падает вероятность обнаружения атома-зонда в возбужденном состоянии P_1 . Так, например, для $\gamma = 10$ имеем $1-\left(\rho_M^{(1)}\right)_{1,1} = 0.0002$, $P_1 = 5\cdot 10^{-8}$. Выполнен расчет убывания заселенности однофотонного состояния во времени, начиная от момента обнаружения атома-зонда в возбужденном состоянии при разных значениях параметров ε, κ. Расчет выполнен по формуле (35), где в качестве начального состояния выбрана матрица плотности (50). Выбраны следующие параметры расчета: $\tau = 0.02$, $F = 2$, $\gamma = 0.01$. Сто единиц времени соответствует времени релаксации $1/\gamma$. Как следует из результатов расчета, процесс релаксации имеет осцилляционный характер. Медленные осцилляции объясняются перекачкой энергии между квантованной модой и атомом-источником. На медленные осцилляции наложены быстрые осцилляции на частоте Раби взаимодействия атома-источника с классическим накачивающим полем F . Отстройка ε и однофотонная частота Раби κ выбраны $\varepsilon = 4$, $\kappa = 0.1$, или во втором случае $\varepsilon = 3.7$, $\kappa = 0.3$. Затухание заселенности однофотонного состояния определяется скоростью релаксации γ. Отстройки ε выбраны в области однофотонного крыла линии резонансной флуоресценции (боковой пик спектра Моллоу). Частоту осцилляций заселенности однофотонного состояния можно найти по теории возмущений при выполнении (48). В условиях применимости теории возмущений эта частота совпадает с частотой перехода между квантовыми уровнями системы «мода + атом-источник», для которых собственные функции гамильтониана H_{AM} найдены по теории возмущений. Разность частот Ω соответствующих уровней равна

$$\Omega = |2F-\varepsilon|\cdot\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{\kappa}{\varepsilon-2F}\right)^2\right), \quad \frac{\kappa}{2} \ll |\varepsilon-2F|\,, \tag{52}$$

$$\Omega = \kappa, \quad \frac{\kappa}{2} \gg |\varepsilon-2F|\,. \tag{53}$$

В условиях резонанса (53) заселенность осциллирует с малой частотой, но большой амплитудой. При отстройке от резонанса (52) амплитуда осцилляций уменьшается, а частота осцилляций возрастает. В пределе малого взаимодействия атома и моды осцилляции исчезают, и заселенность уменьшается по экспоненте с показателем γ.

4. Заключение

В работе рассмотрены два применения процесса дискретного когерентного фотодетектирования, использующие оптические микрорезонаторы. Первая схема, при правильном выборе параметров, является фотодетектором однофотонных и двухфотонных состояний изучаемой моды микрорезонатора. Для этой схемы развита теория метода дискретного фотодетектирования, где в качестве зонда предлагается использовать пакет из N атомов, размещенный в микрорезонаторе. С помощью зондов, косвенно, можно определять состояние квантовой моды резонатора, тестируя энергетические состояния атомов пакета после окончания их взаимодействия с модой в течение строго определенного времени T_{int} . В работе найдены операторы Крауса K_0, K_1, K_2 (24) - (26), с помощью которых можно получать условные редуцированные матрицы плотности моды резонатора, если в моде до измерения присутствуют фоковские состояния не выше $|2\rangle$, а начальное состояние всех N атомов детектора основное. Две проблемы требуют дополнительного изучения. Первая проблема, это возможность обнаружения атома-зонда в основном или возбужденном состоянии. В этой связи сошлемся на работы [57, 58], где описаны реальные эксперименты по селектированию энергетических состояний атомов, вылетающих из резонатора одноатомного мазера, с помощью ионизационных камер. А также на работы [59, 60], где также описаны реальные эксперименты по обнаружению энергетических состояний атомов по фотонам резонансной флюоресценции, возбуждаемой специальными лазерными импульсами. Вторая проблема связана с неидеальностью процесса детектирования фотонов. По всей видимости, главный вклад в неидеальность вносят события, связанные с пропуском детектором значимых событий: взаимодействие атомов–зондов с ионизующим лазерным импульсом (или импульсом, вызывающим резонансную флуоресценцию) закончилось, а отсчет (щелчок «up» или «down») не зарегистрирован. Такое событие легко обнаруживается, оно не входит в список значимых событий, и поэтому, отбрасывается.

Вторая схема, при правильной настройке детектора, позволяет с помощью косвенных квантовых измерений обнаружить условное (обусловленное результатом измерения) однофотонное состояние моды. Накачка микрорезонатора осуществляется полем резонансной флуоресценции от одного атома-источника, возбуждаемого внешним классическим полем. Резонатор настраивается на крыло спектра (боковой пик) резонансной флуоресценции Моллоу. Поле в резонаторе тестируется с помощью пролетающих через (или рядом) микрорезонатор невозбужденных атомов. Вылетающие из резонатора атомы анализируются с помощью селективных к энергетическому состоянию атома ионизационных камер. Как показано в работе, параметры детектора можно выбрать так, что в момент получения информации о возбужденном состоянии атома-зонда можно однозначно сделать вывод о состоянии моды резонатора. Условная редуцированная матрица плотности моды будет соответствовать чистому фоковскому однофотонному состоянию. Сделан ряд предположений, упрощающих анализ задачи. Процесс фотодетектирования предполагается идеальным, то есть энергетическое состояние каждого вылетающего из резонатора атома определяется однозначно. Неидеальность не изменит «чистоту» однофотонного состояния, но уменьшит вероятность его наблюдения. Предположение нулевой температуры хорошо оправдывается, так как современный эксперимент можно выполнять при температуре резонатора 0.1 K, что соответствует среднему числу термических фотонов в резонаторе $3 \cdot 10^{-5}$ при частоте фотона 20 ГГц, что пренебрежимо мало по сравнению с числом фотонов, созданном в резонаторе резонансной флуоресценцией. Время жизни фотона на той же частоте при добротности резонатора порядка 10^{11} составит несколько секунд. В предлагаемом методе необходимо строго стабилизировать интервал времени τ от начала взаимодействия моды и атома-зонда до момента получения отсчета. Время взаимодействия τ должно быть зафиксировано с относительной погрешностью, определяемой долями процента. Оценим время на одно событие ΔT (создание однофотонного состояния в резонаторе). Число попыток (пролетов атомов-зондов) оценивается как $1/P_1$. Длительность одного пролета прядка $1/\gamma$. Тогда $\Delta T \approx 1/(\gamma P_1)$. Полагая $\gamma \approx 10^5 c^{-1}$, $P_1 \approx 2 \cdot 10^{-4}$, получаем $\Delta T \approx 0.05\, c$. Вероятность P_1 может меняться в широких пределах, например, вблизи двухфотонного резонанса (при использованном наборе параметров это соответствует $\varepsilon \approx 2$), и, как следствие, время ΔT также может существенно отличаться от приведенной оценки.

Имеющиеся в литературе элементы теории и экспериментальные данные по добротности микрорезонаторов позволяют надеяться на возможность функционирования предложенных в работе протоколов. Работа поддержана государственным контрактом №П689 на выполнение поисковых научно-исследовательских работ для государственных нужд (P689_NK-526P) и НИОКР РК10186.

Литература

[1] O'Brien J. L., Furusawa A., Vučković J. Photonic quantum technologies // Nature Photonics, 2009, 3, P. 687–695.

[2] Nielsen M. A., Chuang I. L. Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

[3] Bouwmeester D., Ekert A.,Zeilinger A., The Physics of Quantum Information, Springer, Berlin, 2000.

[4] Knill E., Laflamme R., Milburn G. J. A scheme for efficient quantum computation with linear optics // Nature, 2001, 409, P. 46–52.

[5] Kok P., Munro W.J., Nemoto K., Ralph T.C., Dowling J.P., Milburn G.J. Linear optical quantum computing with photonic qubits // Rew. Mod. Phys., 2007, 79, P. 135.

[6] Elliott C. Building the quantum Network // New Journal of Physics, 2002, 4, P. 46.1–46.12.

[7] Kimble H. J. The Quantum Internet // Nature, 2008, 453, P. 1023.

[8] Tanabe T., Notomi M., Taniyama H., Kuramochi E. Dynamic release of trapped light from an ultrahigh-q nanocavity via adiabatic frequency tuning // Phys. Rev. Lett., 2009, 102, 043907.

[9] Maitre X., Hagley E., Nogues G., Wunderlich C., Goy P., Brune M., Raimond J. M., Haroche S. Quantum memory with a single photon in a cavity // Phys. Rev. Lett., 1997, 79, т 4, P. 769-772.

[10] Leung P. M., Ralph T. C. Quantum memory scheme based on optical filters and cavities // Phys. Rev. A, 2006, 74, 022311.

[11] Pittman T. B., Franson J. D. Cyclical quantum memory for photonic qubits // Phys. Rev. A. 2002. 66, 062302.

[12] Pittman T. B., Jacobs B. C., Franson J. D. Single photons on pseudodemand from stored parametric down-conversion // Phys. Rev. A., 2003, 66, 042303.

[13] Sangouard N., Simon Ch., Minar J., Zbinden H., de Riedmatten H., Gisin N. Long-distance entanglement distribution with single-photon sources // Phys. Rev. A., 2007, 76, 050301.

[14] Duan L. M., Lukin M. D., Cirac J. I., Zoller P. Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics // Nature, 2001, 414, P. 413.

[15] Vasilyev D. V., Sokolov I. V., Polzik E. S. Quantum memory for images: A quantum hologram // Phys. Rev., 2008, 77, 020302.

[16] Castelletto S. A., Scholten R. E. Heralded single photon sources: a route towards quantum communications technology and photon standards // Eur. Phys. J. Appl. Phys., 2008, 41, P. 181–194.

[17] Kumar P., Kwiat P., Migdall A., Nam S., Vuckovic J., Wong F.N.C. Photonic technologies for quantum information processing // Quantum Inf. Processing, 2004, 3, 215.

[18] Vahala K. J. Optical microcavities // Nature, 2003, 424, P. 839–846.

[19] Braginsky V. B., Gorodetsky M. L., Ilchenko V. S. Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes // Physics Letters A, 1989, 137, P. 393–397.

[20] Yong Yang, Yun-Feng Xiao, Chun-Hua Dong, Jin-Ming Cui, Zheng-Fu Han, Guo-Dong Li, Guang-Can Guo. Fiber-taper-coupled zeolite cylindrical microcavity with hexagonal cross section // Appl. Opt., 2007, 46, P. 7590–7593

[21] Kippenberg T. J., Kalkman J., Polman A., Vahala K. J. Demonstration of an erbium-doped microdisk laser on a silicon chip // Physical Review A, 2006, 74, 051802.
[22] Faraon A., Englund D., Fushman I., Vuckovic J., Waks E. Efficient photonic crystal cavity-waveguide couplers // Applied Physics Letters, 2007, 90, 073102.
[23] Walmsley I. A. Looking to the future of quantum optics // Science, 2008, 319, P. 1211–1213.
[24] O'Brien J. L. Optical quantum computing // Science, 2007, 318, P. 1567-–1570.
[25] Politi A., Cryan M. J., Rarity J. G., Siyuan Yu., O'Brien J. L. Silica-on-silicon waveguide quantum circuits // Science, 2008, 320, P. 646.
[26] Darquié B., Jones M., Dingjan J., Beugnon J., Bergamini S., Sortais Y., Messin G., Browaeys A., Grangier P. Controlled single-photon emission from a single trapped two-level atom // Science, 2005, 309, P. 454–456.
[27] Noh J. // J. Korean Phys. Soc., 2004, 44, 271.
[28] Ottaviani C., Rebic S., Vitali D., Tombesi P., Quantum Phase Gate Operation Based on Nonlinear Optics: Full Quantum Analysis // Phys. Rev., 2006, 73, 010301.
[29] Brattke S., Varcoe B.T.H., Walther H. Generation of Photon Number States on Demand via Cavity Quantum Electrodynamics // Phys. Rev. Lett., 2001, 86 , P. 3534-3537.
[30] Chuang I. L., Yamamoto Y. Simple Quantum Computer // Phys. Rev. A, 1995, 52, P. 3489-3496.
[31] Castelletto S. A., Scholten R. E. Heralded single photon sources: a route towards quantum communications technology and photon standards // Eur. Phys. J. Appl. Phys., 2008, 41, P. 181–194.
[32] Shields A. J. Semiconductor quantum light sources // Nature Photonics, 2007, 1, 215-223.
[33] Grossmann T., Hauser M., Beck T., Gohn-Kreuz C., Karl M., Kalt H., Vannahme Ch., Mappes T. High-Q conical polymeric microcavities // Appl. Phys. Lett., 2010, 96, 013303.
[34] Журавлев М. В. Пороговая мощность вынужденного температурного рассеяния в кварцевых микрорезонаторах // ЖТФ, 2010, 80, вып. 6, С. 135–137.
[35] Heindel T., Schneider C., Lermer M., Kwon S. H., Braun T., Reitzenstein S., Hofling S., Kamp M., Forchel A. Electrically driven quantum dot-micropillar single photon source with 34% overall efficiency // Appl. Phys. Lett., 2010, 96, 011107.
[36] He L., Ozdemir S. K., Zhu J., Yang L. Self-pulsation in fiber-coupled, on-chip microcavity lasers // Opt. Lett., 2010, 35, P. 256–258.
[37] Bommer M., Schulz W.–M., Thomay T., Tomas M., Rossbach R., Jetter M., Leitenstorfer A., Bratschitsch R., Michler P. // J. Phys.: Conf.Ser., 2010, 210, 012010.
[38] Beveratos A., Brouri R., Poizat J.-P., Grangier P. // arXiv:quant-ph/0010044, 2000.
[39] Martin A., Cristofori V., Aboussouan P., Herrmann H., Sohler W., Ostrowsky D.B., Alibart O., Tanzilli S. // arXiv: quant-ph/ 0901.2815, 2009.
[40] U'Ren A. B., Silberhorn C., Banaszek K., Walmsley I. A. Efficient Conditional Preparation of High-Fidelity Single Photon States for Fiber-Optic Quantum Networks // Phys. Rev. Lett., 2004, 93, 093601.
[41] Halder M., Beveratos A., Thew R. T., Jorel C., Zbinden H., Gisin N. High coherence photon pair source for quantum communication // New J. Phys., 2008, 10, 023027.
[42] Fulconis J., Alibart O., O'Brien J.L., Wadsworth W.J., Rarity J.G. // arXiv:quant-ph/0611232, 2006.
[43] Cui Liang, Li Xiao-Ying, Fan Hai-Yang, Yang Lei, Ma Xiao-Xin // Chin. Phys. Lett., 2009, 26, т 4, 044209.
[44] Prochazka I., Hamal K., Sopko B. Recent achievements in single photon detectors and their applications // J. Mod. Opt., 2004, 51, т 9/10, P. 1289-–1313.
[45] Gansen E.J., Rowe M.A., Greene M.B., Rosenberg D., Harvey T.E., Su M.Y., Hadfield R.H., Nam S.W., Mirin R.P. Photon-number-discriminating detection using a quantum-dot, optically gated, field-effect transistor // Nature Photon., 2007, 1, P. 585–588.
[46] Kardunal B.E.,Yuan Z.L.,Shields A.J. An avalanche-photodiode-based photon-number-resolving detector // Nature Photon., 2008, 2, P. 425–428.
[47] Jiang L. A., Dauler E. A., Chang J. T. Photon-number-resolving detector with 10 bits of resolution // Phys. Rev. A, 2007, 75, 062325.
[48] Waks E., Inoue K., Oliver W. D., Diamanti E., Yamamoto Y. // ArXiv: quant-ph/0308054, 2003.
[49] Li H. W., Kardynal B. E., See P., Shields A. J., Simmonds P., Beere H. E., Ritchie D. A. Quantum dot resonant tunneling diode for telecommunication wavelength single photon detection // Appl. Phys. Lett., 2007, 91, 073516.
[50] Fitch M. J., Jacobs B. C., Pittman T. B., Franson J. D. Photon-number resolution using time-multiplexed single-photon detectors // Phys. Rev. A, 2003, 68, 4, 043814.
[51] Achilles D., Silberhorn Ch., Sliwa C., Banaszek K., Walmsley I. A. Fiber-assisted detection with photon number resolution // Opt. Lett., 2003, 28, P. 2387-2389.

[52] Rohde P. P. Non-deterministic approximation of photon number discriminating detectors using non-discriminating detectors // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., 2005, 7, P. 82-86.

[53] Kok P., Braunstein S. L. Detection devices in entanglement-based optical state preparation // Phys. Rev. A, 2001, 63, 033812.

[54] Bloembergen N. Solid state infrared quantum counters // Phys. Rev. Lett., 1959, 2, P. 84–85.

[55] Mandel L. Antinormally ordered correlations and quantum counters // Phys. Rev. A, 1966, 152, P. 438–451.

[56] Басов Н. Г., Крохин О. Н., Попов Ю. М. Генерация, усиление и индикация инфракрасного и оптического излучений с помощью квантовых систем // УФН, 1960, 72, № 10.

[57] Varcoe B. T. H., Brattke S., Walther H. The creation and detection of arbitrary photon number states using cavity QED // New J. Phys., 2004, 6, 97.

[58] Walther H. Generation and detection of photon number states on demand // Quantum Computers and Computing, 2005, 5 (1), P. 89–102.

[59] Lloyd S., Shahriar M.S., Shapiro J.H., Hemmer P.R. Long distance, unconditional teleportation of atomic states via complete Bell state measurements // Phys. Rev. Lett., 2001, 87, 167903.

[60] Pellizzari T., Gardiner S.A., Cirac J.I., Zoller P., Decoherence, continuous observation, and quantum computing: a cavity QED model // Phys. Rev. Lett., 1995, 75, P. 3788–3791.

[61] Мирошниченко Г. П. Измерение статистических характеристик квантованной моды в различных режимах фотодетектирования // ЖЭТФ, 2007, 131, вып. 5, С. 829–841.

[62] Мирошниченко Г. П. Статистика дискретного фотодетектирования резонансной флуоресценции на «боковых» резонансах Моллоу // ЖЭТФ, 2008, 134, вып. 6, С. 1115-1124.

[63] Мирошниченко Г. П. Дискретное фотодетектирование квантовых скачков на V-конфигурации атомных уровней // ЖЭТФ, 2009, 136, вып. 2, С. 232–246.

[64] Kraus K., Lecture Notes: States, Effects and Operations: Fundamental Notions of Quantum Theory, Springer, New York, 1983.

[65] Jung-Tsung Shen, Shanhui Fan. Theory of single-photon transport in a single-mode waveguide. I. Coupling to a cavity containing a two-level atom // Phys. Rev. A, 2009, 79, 023837.

[66] Mollow B. R. Power spectrum of light scattered by two-level systems // Phys. Rev., 1969, 188, P. 1969–1975.