

УДК 535.4

## ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УЛЬТРАКОРОТКОГО ИМПУЛЬСА ЛИНЗОЙ ФРЕНЕЛЯ

Т. В. Стаценко<sup>1</sup>, Ю. А. Толмачев<sup>1</sup>, И. А. Шевкунов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет

ne\_znau\_dingo@mail.ru, yurii.tolmach@rambler.ru, shevkunov\_igor@mail.ru

PACS 42.79.Np, 42.30.Sy, 42.30.Lr, 42.25.Fx

Импульсный метод анализа работы дифракционных систем применен для исследования преобразования линзой Френеля одиночного фемтосекундного импульса в импульсную последовательность. Разработаны основные элементы теоретического описания и проведена экспериментальная проверка, подтверждающая основные выводы теории.

**Ключевые слова:** линза Френеля, фемтосекундный импульс, дельта-волна, дифракция, кодовая последовательность, опознавание образов.

### 1. Введение

Применение чисто дифракционных оптических элементов позволяет решить одну из наиболее важных задач глубокого продвижения в область малых длин волн, в том числе ВУФ и мягкого рентгеновского диапазона. Этот, наиболее простой и надежный путь создания систем формирования монохроматических изображений с линейным разрешением нано-диапазона, уже давно используется в так называемой рентгеновской микроскопии [1–3]. Основным элементом здесь являются различные варианты зонной пластинки, амплитудные и фазовые, и линзы Френеля (или ее зеркального аналога). Вместе с тем, развитие микроэлементной базы оптоинформатики, в которых применяются короткие и ультракороткие световые импульсы, заставляет рассмотреть принципы действия таких устройств с новых позиций. Попытка такого анализа чисто теоретическими методами была сделана в работе [3]. В представленной работе, помимо теории, основанной на представлении о дельта-волнах, приводятся результаты эксперимента по преобразованию фемтосекундного импульса простейшей линзой Френеля.

Импульсный метод интерпретации работы зонной пластинки [4] показал две очень важные особенности ее взаимодействия с волной:

- (1) возможное создание системы чередующихся пропускающих и поглощающих колец, согласованной с входным упорядоченным во времени сигналом, отличающимся от монохроматического, такая модификация структуры обеспечивает максимизацию освещенности в точке фокуса;
- (2) интегральная дифракционная эффективность зонной пластинки невелика, яркость фокального пятна мала по сравнению с уровнем фоновой засветки.

Один из вариантов построения согласованной с сигналом зонной пластинки для целей опознавания сигнала в виде заданной последовательности ультракоротких импульсов был продемонстрирован в [5], причем отмечалось, что эффективность опознавания возрастает при увеличении сложности сигнала. Повышение дифракционной эффективности, т. е.

более полное использование энергии падающей волны возможно путем перехода от чисто-дифракционной зонной пластинки к линзе Френеля, или эквивалентному ей многокомпонентному зеркалу, преобразующему волну по тем же принципам, что и линза. Мы будем рассматривать в качестве упрощенной модели именно безабберационную линзу, что позволит более наглядно показать преобразование волны и упростить анализ.

## 2. Теория

Приведем вначале качественно результаты теоретического анализа [6] и численного моделирования [7] процесса дифракции сходящейся  $\delta$ -образной во времени сферической волны на круглом отверстии радиуса  $\rho$ . Такой прием позволяет найти «импульсный отклик» оптической системы и при ее линейности вычислить отклик на любой иной сигнал, осуществив свертку входного сигнала с импульсным откликом.

В момент рассеяния отверстие вырезает сегмент из сферы. Соответственно, за отверстием наблюдается «проходящая» волна в форме шарового сегмента, сходящего со скоростью  $c$  в точку фокуса  $F$  внутри конуса с вершиной в  $F$  и опирающегося на границу отверстия. Амплитуда этой волны постоянна на поверхности сегмента и возрастает обратно-пропорционально радиусу его кривизны. Вне конуса проходящая волна обращается в нуль.

Одновременно, в момент рассеяния возникает вторая, дифрагированная,  $\delta$ -волна, источником которой является край отверстия («краевая» волна). На достаточно большом расстоянии от края она имеет форму тора (мы рассматриваем в работе только половину этого тора, находящуюся за экраном), один из его радиусов постоянен и равен радиусу отверстия, а второй растет со скоростью  $c$ . Момент начала расширения тороидальной волны совпадает с моментом прохождения падающей волны через отверстие. Знак возмущения в краевой волне меняется на конической границе свет-тьнь: в освещенной (в приближении геометрической оптики) зоне он противоположен знаку падающей волны, в области тени – совпадает с ним.

Будем считать линзу Френеля состоящей из совокупности концентрических кольцевых плоско-выпуклых, примыкающих друг к другу *тонких* ахроматических линз. Все эти кольцевые линзы имеют один общий фокус  $F$  (рис. 1). Предположим, что на линзу падает плоская волна, имеющая зависимость амплитуды от времени, приближенно описываемую функцией  $\delta(t - z/c)$ . Рассмотрим импульсный отклик описанной системы в точке  $F$ , используя описанные выше данные по дифракции сходящейся сферической  $\delta(t)$ -волны на круглой диафрагме и принцип Бабине [8].

Представим один кольцевой элемент линзы как комбинацию прозрачного кольца с радиусами  $\rho_2 > \rho_1$  в поглощающем экране и *очень большой* тонкой линзы с фокусным расстоянием  $f$ , размещенной соосно с кольцом (рис. 2). Это позволяет нам не учитывать дифракцию на линзе. Единственной функцией линзы является такое преобразование поля волны за экраном, которое ведет к фокусировке прошедшей волны. В соответствии с принципом Бабине решение для волны, выходящей из кольцевой диафрагмы, представляет собой разность решений для апертур с внешним и внутренним радиусами (рис. 2). В данном случае мы имеем две конические границы освещенной зоны и две тороидальные волны, привязанные к радиусам  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Спустя равный приближенно  $(\rho_2 - \rho_1)/2c$  интервал времени, поверхности двух торов пересекаются, и на линии их пересечения внутри освещенной зоны формируется *отрицательное* по знаку кольцо. Оно перемещается в направлении к фокусу со скоростью больше скорости света  $c$ , постепенно догоняя прошедшую волну. Амплитуда его по мере распространения возрастает вплоть до амплитуды прошедшей волны в фокусе. Непосредственно в точке  $F$  сумма прошедшей положительной  $\delta(t)$ -волны

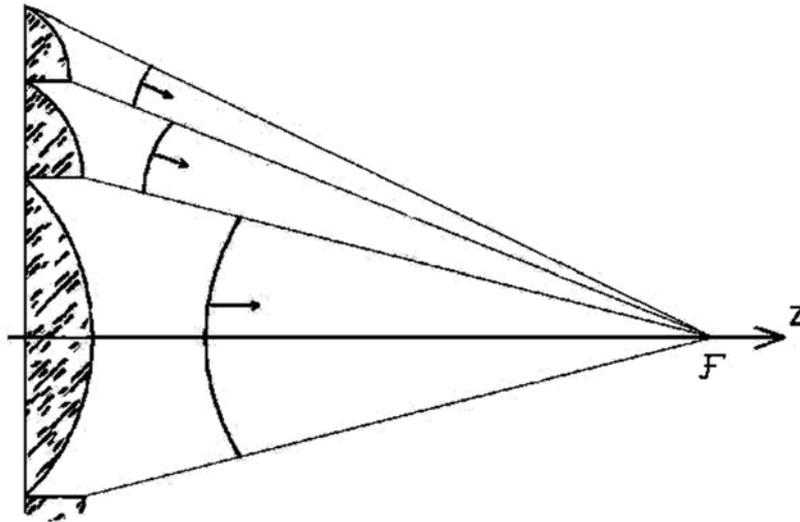


Рис. 1. Схема образования серии сдвинутых во времени импульсов после линзы Френеля

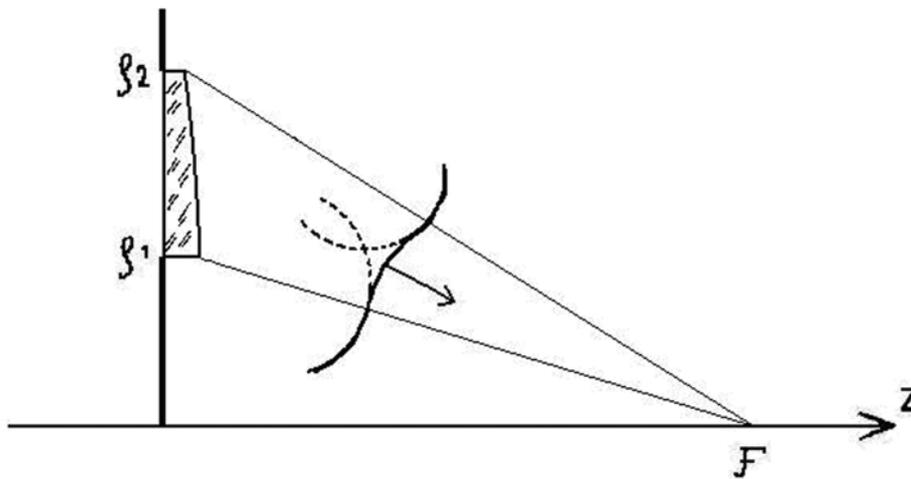


Рис. 2. Образование производной  $\delta$ -функции. Показана структура прошедшей и дифрагированных волн после одного из колец. Сплошными линиями дана положительная  $\delta$ -волна, штриховой — отрицательная

и догоняющей ее отрицательной формируют импульс, представляющий собой производную  $\delta(t)$ -функции. Для реального сигнала это означает, что кольцевая линза, так же как и круглое отверстие, преобразует в точке  $F$  падающий сигнал в его первую производную по времени.

Напомним элементарную интерпретацию принципа работы линзы Френеля. Обычная плоско-выпуклая линза разбивается мысленно на кольца, и из всех колец, за исключением внешнего вынимается «излишнее» плоское кольцо. Если этого не сделать, то, с точки зрения импульсного анализа, волны от всех колец одновременно придут в фокус. Изъятие плоских колец приводит к возникновению между импульсными волнами, прошедшими через различные кольца линзы задержки во времени. Следовательно, импульсный отклик  $h(t)$  линзы, состоящей из  $N$  элементов, будет состоять из совокупности  $N$  производных  $\delta(t)$ -функции, каждая из которых будет иметь свою амплитуду (свой «вес»), который определяется геометрическими параметрами и пропусканием вещества кольца (рис. 3).

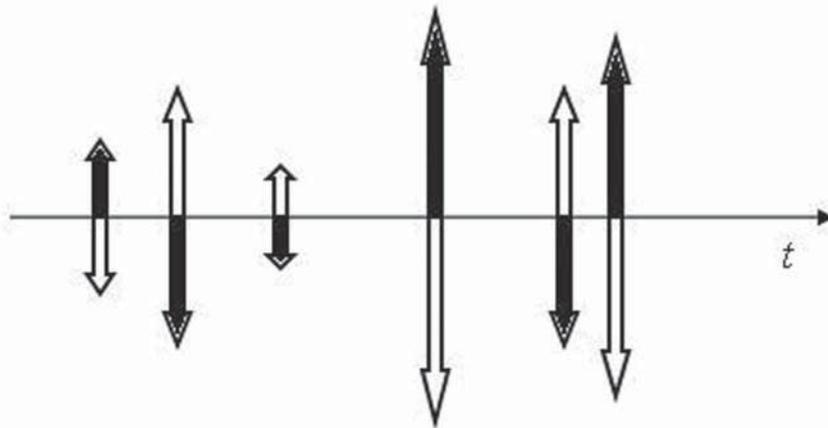


РИС. 3. Возможный вид отклика кодовой линзы Френеля. Двойными стрелками показаны производные  $\delta$ -функции, длина стрелок отражает их амплитуды. Черным обозначена положительная часть производной, белым – отрицательная. Импульсы не эквидистантны

Изменяя эти параметры, мы можем варьировать расстояние между импульсами, таким образом генерируя произвольную кодовую последовательность.

$$h(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta'(t - t_k). \quad (1)$$

В частном случае, можно сделать компоненты отклика эквидистантными. Если амплитуды импульсов одинаковы и могут иметь разные знаки, тогда импульсный отклик линзы Френеля в фокальной точке можно записать в форме:

$$h(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta'(t - k\tau). \quad (2)$$

Начало отсчета времени здесь смещено к первому импульсу ( $k = 0$ ), соответствующему моменту прихода сигнала из центральной зоны, величина  $\tau$  – интервал между импульсами, как отмечалось, задается конструкцией системы колец, а множитель  $a_k$  принимает

значение  $+1$  или  $-1$ , в зависимости от конструкции. Таким образом, линза Френеля, из проходящей плоской  $\delta(t)$ -волны создает последовательность эквидистантных производных от  $\delta(t)$ -импульсов.

Приведенные в [5] результаты численного эксперимента убедительно показали, что построенная по описанной схеме линза Френеля может выполнять роль не только генератора последовательности импульсов, но и «решать» обратную задачу – превращать серию импульсов в один с амплитудой пропорциональной сумме амплитуд всех импульсов серии, т. е. решать задачу опознавания (или декодирования) заданной последовательности.

Отметим, что формулы (1) и (2) следует рассматривать не столько как реальный физический отклик, сколько как удобный математический аппарат для дальнейшего перехода к исследованию преобразования осуществимых на практике сигналов.

Чтобы упростить дальнейший математический анализ, вспомним, что для оператора  $\delta'(t)$  верно  $\delta'(t) = \delta'(t) \otimes \delta(t)$ , где символом  $\otimes$  обозначена операция свертки. Это позволяет нам перейти от суммы производных к сумме  $\delta(t)$ -функций и осуществить операцию свертки на последнем этапе. В дальнейшем в нашей работе будет рассматриваться серия импульсов одинакового знака ( $a_k = 1$ ), которая была реализована в эксперименте:

$$\tilde{h}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(t - k\tau). \quad (3)$$

Эта функция представляет собой отрезок гребенки Дирака длительностью  $T = (N - 1)\tau$ , который мы можем записать в форме произведения функции-прямоугольника на гребенку, сдвинув еще раз, для удобства, начало отсчета времени на точку, соответствующую положению центра прямоугольника:

$$\tilde{h}(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau). \quad (4)$$

Приведенная форма записи резко упрощает анализ отклика линзы в точке  $F$  на монохроматическую волну. Вычисляя фурье-образ соотношения (4), немедленно получаем:

$$\tilde{H}(\nu) = T \frac{\sin \pi \nu T}{\pi \nu T} \otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - n/\tau) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \pi (\nu - n/\tau) T}{\pi (\nu - n/\tau) T}. \quad (5)$$

В пространстве частот имеется бесконечная последовательность функций  $\frac{\sin \pi \nu T}{\pi \nu T}$  – набор «порядков дифракции» с интервалом между ними по частоте равным  $1/\tau$ . Чтобы учесть имеющуюся в реальности последовательность производных  $\delta$ -функций, достаточно умножить (5) на частоту.

В реальном эксперименте нами использовался фемтосекундный лазер, излучающий импульс конечной длительности  $V(t)$ , обладающий спектром конечной эффективной ширины. Учесть это обстоятельство можно либо введя дополнительную свертку с  $V(t)$  в соотношение (4), либо умножив спектр (5) на спектр функции  $V(t)$ . Последний прием оказывается более простым и использовался нами при сравнении результатов измерений с расчетом.

### 3. Эксперимент

Геометрия проведенного опыта показана на рис. 4. Пучок излучения лазера FemtoSource Synergy, генерирующего импульсы длительностью приблизительно 30 фс с центральной

длиной волны 805 нм направлялось на поворотное зеркало. Точка падения пучка на зеркало находилась на расстоянии 1,5 м от линзы, и ее изображение проецировалось на вход световода, передающего излучение на спектрометр фирмы Ocean, позволявший исследовать спектр мощности в диапазоне 250-900 нм с разрешением  $\Delta\lambda = 2$  нм в области  $\lambda = 633$  нм.

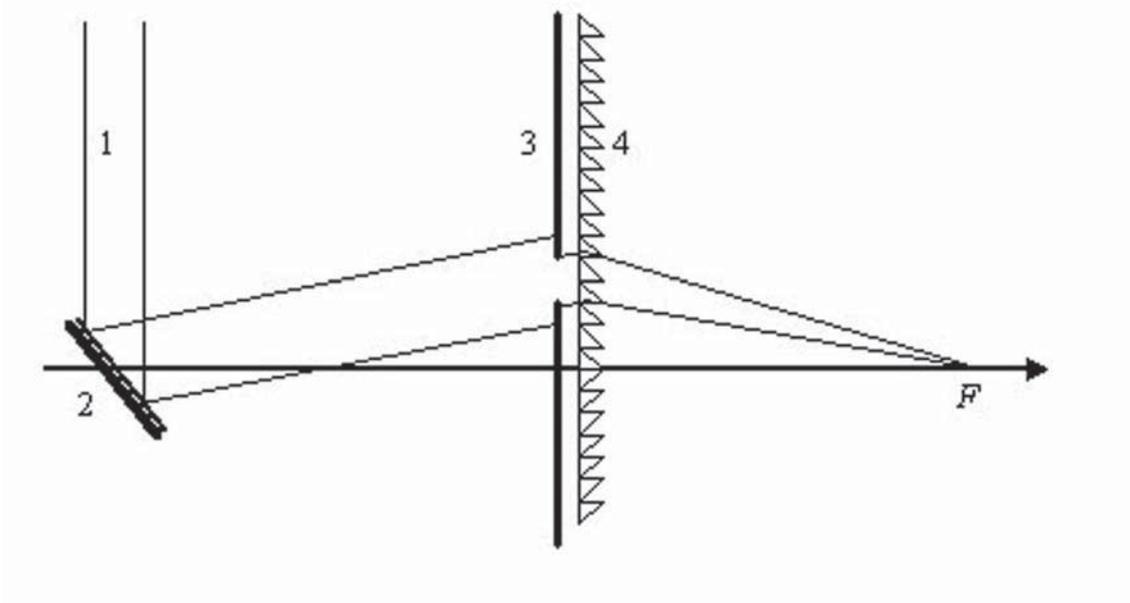


Рис. 4. Схема эксперимента: 1 — лазерный пучок, 2 — поворотное зеркало, 3 — подвижная диафрагма, 4 — линза Френеля, 5 — вход световода, передающего излучение в спектрометр

Такая схема опыта давала возможность зафиксировать положение всех основных элементов и изменять длину пути преломленных линзой лучей простым перемещением диафрагмы, помещенной перед линзой. Исследовалось преобразование спектра линзами Френеля с постоянным шагом  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = 0,5$  мм, фокусным расстоянием 175 мм (производства КНР) и  $\Delta\rho = 0,2$  мм, фокусное расстояние 110 мм (производства Японии). В непосредственной близости от линзы устанавливались прямоугольные диафрагмы из тугоплавкой фольги толщиной 20 мкм, изготовленные с точностью не хуже 5 мкм предприятием Мультитех. В зависимости от выбранной ширины, диафрагмы ограничивали исследуемый участок линзы 2-5 кольцами, длинная сторона 2,02 мм диафрагмы ориентировалась по касательной к окружности колец. Перемещение диафрагмы вдоль радиуса не приводило к смещению точки фокуса пучка и позволяло изучать эффекты, связанные только с изменением интервала между отдельными сигналами, прошедшими через линзу.

Постоянство величины  $\Delta\rho$  в исследованных линзах не дало нам возможности количественно изучить зависимость структуры спектра от числа действующих колец линзы, так как расстояние  $\Delta t_k$  между отдельными  $\delta$ -импульсами в (1) при увеличении  $\rho$  монотонно растет, асимптотически приближаясь к  $\Delta\rho/c$ .

Типичные спектры исходного и прошедшего через диафрагму и линзу сигнала показаны на рис. 5, качественных различий между спектрами сигналов от двух использованных линз не наблюдалось. Приведенные данные хорошо показывают две ожидаемые в соответствии с (4) и (5) характеристики:

- распад исходного колоколообразного спектра на совокупность отдельных «линий»;

- усложнение спектра по мере увеличения  $\rho$ , связанное с увеличением интервала  $\tau$  между импульсами и соответствующим уменьшением расстояния между линиями.

Расчетный спектр, приведенный на рис. 5, г, хорошо согласуется с результатами опыта.

При сравнении результатов опыта с данными расчета по формуле (5), модифицированной для спектра мощности и учитывающей ограниченность спектра импульса, мы в полной мере ощутили влияние больших побочных экстремумов функции  $\frac{\sin x}{x}$ , хорошо известное в фурье-спектроскопии.

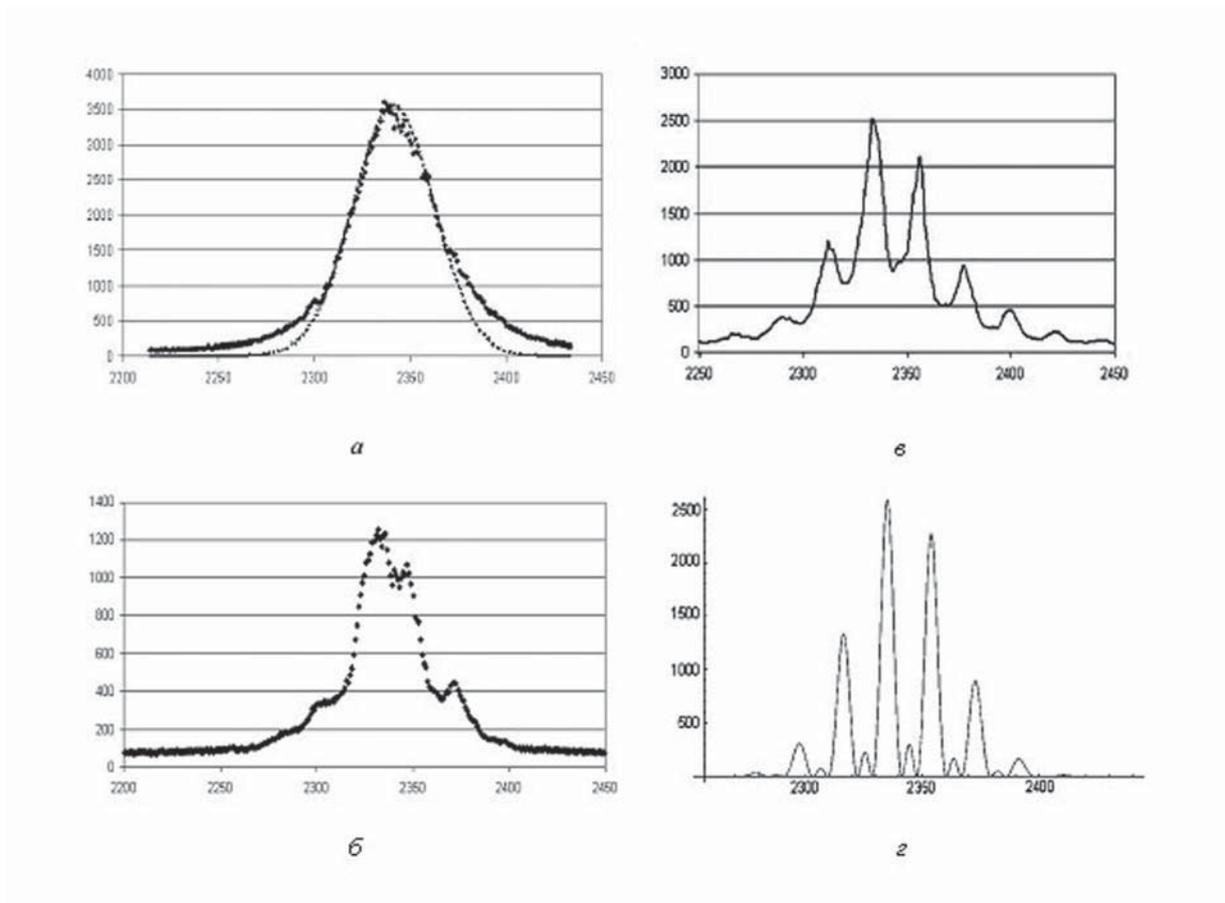


РИС. 5. Результаты измерений и расчета для линзы КНР: а) — исходный спектр импульса и его аппроксимация (пунктир); б) — спектр при смещении диафрагмы на 9 мм от центра; в) — спектр при смещении диафрагмы на 35 мм от центра; г) — результаты расчета для случая в). По оси абсцисс даны частоты в единицах  $10^{12} \text{ c}^{-1}$

Модельный расчет<sup>1</sup> зависимости формы спектра мощности от расстояния между центрами функций  $\frac{\sin x}{x}$  в (5) показал возможность существования грубых ошибок интерпретации наблюдаемых спектров. Контрольный опыт, проведенный с использованием диафрагмы в форме ромба, позволил уменьшить амплитуду побочных экстремумов (осуществить аподизацию), при этом структура спектра упрощалась.

<sup>1</sup> Авторы выражают признательность студентке 2-го курса физического факультета СПбГУ Е. Пермяковой за выполнение детальных модельных расчетов.

#### 4. Заключение

Как было показано в [3], может быть сформирована линза (зеркало) Френеля, преобразующая единичный фемтосекундный импульс в кодовую последовательность эквидистантных импульсов равной амплитуды. Такая система может оперировать излучением с очень малой длиной волны, что позволяет, соответственно, уменьшить размеры пятна фокусировки, вплоть до величин порядка десятков нанометров. В отличие от зонной пластинки Соре-Френеля, линза Френеля позволяет полностью использовать энергию входного сигнала при генерации последовательности импульсов и/или ее декодировании. Очевидно также, что аналогичные преобразования могут быть выполнены планарными элементами микро и нано-оптики.

Использованный нами в теоретической части работы импульсный метод оказывается наглядным и удобным при расчете соответствующих оптических многоэлементных систем. Его применение позволяет найти простые средства управления формой отдельных импульсов и их распределением во времени.

#### Литература

- [1] Андервуд Дж. Х., Аттвуд Д. Т. Возрождение рентгеновской оптики // УФН, 1987, 151(1), 105–117.
- [2] Рентгеновская оптика и микроскопия. Мир, 1987. 463 с.
- [3] Semenov S. N. , Statsenko T. V. , Tolmachev Yu. A. Pulse analysis method as applied to one of the problems of micro- and nanooptics // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. 2009, 36 (12), 350-352.
- [4] Разманова (Фроленкова) М. В., Толмачев Ю. А. Анализ взаимодействия зонной пластинки с плоской волной импульсным методом // Вестник СПбГУ, Сер. 4. Физика, химия. 2003, Вып. 1 (№4), 22-29.
- [5] Толмачев Ю.А. Преобразование спектров сигналов при голографической записи и восстановлении информации фемтосекундными импульсами // В сб.: Всероссийский семинар «Юрий Николаевич Денисюк – основоположник отечественной голографии» Санкт-Петербург, 22-24 мая 2007 г. Изд. ФТИ им. А.Ф.Иоффе, СПбГУ ИТМО, НПК «ГОИ им. С.И.Вавилова», 209-215.
- [6] Лебедев М. К., Толмачев Ю. А. Импульсный метод в решении задач дифракции и интерференции. I. Дифракция ультракороткого импульса // Лазерные исследования в Санкт-Петербургском государственном университете. Третий выпуск. СПб.: НИИ «Российский центр лазерной физики», 2004, 81-153.
- [7] Frolenkova M.V., Tolmachev Yu.A. Application of  $\delta(t)$ -wave approach for the analysis of ultra-short pulse field distribution formation in the vicinity of focal point // Proceedings of «The 9-th Russian-Chinese Symposium on Laser Physics and Laser Technologies. The Conference on Laser and Laser Technologies for Students and Young Investigators», Tomsk, Russia, October 26-31, 2008, 57-60.
- [8] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. Наука, 1970, 721 с.