НАНОСИСТЕМЫ: ФИЗИКА, ХИМИЯ, МАТЕМАТИКА, 2012, 3 (1), С. 109–116

УДК 535.2, 519.72

КОДИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ В НАНОВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛАХ МЕЖДУ ВОЗБУЖДАЮЩИМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ В ОПТИЧЕСКОМ ЭХО-ПРОЦЕССОРЕ

Л. А. Нефедьев, А. Р. Сахбиева

Казанский федеральный университет, Казань, Россия

nefediev@yandex.ru , alsu-sakhbieva@yandex.ru

PACS 42.40.-i, 42.50.-p, 42.50.Ct, 42.50.Gy, 42.79.Hp, 89.70.+c

Рассмотрено кодирование информации в нановременных интервалах между возбуждающими лазерными импульсами в оптическом эхо-процессоре. Введены информационные меры для описания преобразования классической информации в квантовую. При преобразовании классической информации, заложенной в нановременные интервалы эшелона лазерных импульсов в квантовую, наиболее подходящей мерой является квантовая информационная мера, основанная на алгоритмической теории информации, так как она имеет наибольшую корреляцию с классической информационной мерой.

Ключевые слова: фотонное эхо, эхо-процессор.

1. Введение

Исследования по оптической обработке и хранению информации показывают большие перспективы по созданию быстродействующих процессоров, в частности — оптических эхо-процессоров [1], основанных на использовании сигналов фотонного эха. В этом случае информация может быть заложена в амплитудно-временную форму возбуждающих лазерных, в волновые фронты и поляризацию импульсов, в эшелоны импульсов.

Демонстрация частотно-селективной оптической памяти, где запись и обработка данных происходит как в нановременных, так и в частотных интервалах описывается в работе [2]. Эхо-процессор в режиме долгоживущего фотонного эха, в которой сочетаются достоинства одновременной записи динамической интерферограммы с длительным ее хранением был предложен в работе [3]. Конструкция данного процессора дала возможность продемонстрировать в [4] плотность записи и обработки информации порядка нескольких гигабит/см^2, используя сжатие и растяжение информационных сигналов путем быстрого изменения их несущей частоты.

С точки зрения теории информации можно представить эхо-процессор как информационный канал с памятью и шумами, на входе и выходе которого информация имеет классический вид, а внутри канала — квантовый. Такой канал обеспечивает передачу и преобразование информации между различными моментами времени и направлениями в пространстве.

Рассмотрим систему (сообщение), описываемую переменными A (классическими или квантовыми) и построим ее классическое и квантовое описание. В классической информационной теории определим Шенноновскую энтропию для A:

$$J_c = -\sum_n p(a) \log_2 p(a), \tag{1}$$

где переменная A принимает значение a с вероятностью $p(a)$. Квантовым аналогом является энтропия фон Неймана $J_{fn}\left(\rho_A\right)$:

$$J_{fn} = -\operatorname{Tr}_A\left[\rho_A \log_2 \rho_A\right], \tag{2}$$

где Tr_A означает след по степеням свободы подсистемы A.

В данной работе мы исследуем процессы преобразования классической дискретной информации, заложенную в нановременные интервалы эшелона лазерных импульсов в квантовую.

2. Энтропия фон Неймана при описании систем с когерентной суперпозицией базисных состояний

Найдем выражение для энтропии фон Неймана $J_{fn} = -\operatorname{Tr}_A\left[\rho_A \log_2 \rho_A\right]$ для двухуровневой системы, описываемой матрицей плотности

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}.$$

Для расчета $\log_2 \rho$ применим методы вычислений функций от матриц. Энтропия фон Неймана будет описываться следующим выражением:

$$\begin{aligned} J_{fn} = -\operatorname{Tr}_A\left[\rho_A \log_2 \rho_A\right] = \frac{1}{\sqrt{\left(\rho_{11}-\rho_{22}\right)^2 + 4\left|\rho_{12}\right|^2}} \Bigg[2\left|\rho_{12}\right|^2 \log_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \\ + \frac{1}{2}\rho_{11}\left(\rho_{22}-\rho_{11}-\sqrt{\left(\rho_{11}-\rho_{22}\right)^2+4\left|\rho_{12}\right|^2}\right)\log_2 \lambda_1 - \\ - \frac{1}{2}\rho_{11}\left(\rho_{22}-\rho_{11}-\sqrt{\left(\rho_{11}-\rho_{22}\right)^2+4\left|\rho_{12}\right|^2}\right)\log_2 \lambda_2 - \\ - \frac{1}{2}\rho_{22}\left(\rho_{22}-\rho_{11}-\sqrt{\left(\rho_{11}-\rho_{22}\right)^2+4\left|\rho_{12}\right|^2}\right)\log_2 \lambda_1 - \\ - \frac{1}{2}\rho_{22}\left(\rho_{22}-\rho_{11}-\sqrt{\left(\rho_{11}-\rho_{22}\right)^2+4\left|\rho_{12}\right|^2}\right)\log_2 \lambda_2 \Bigg]. \end{aligned} \tag{3}$$

При отсутствии в системе когерентности из (3) следует

$$\lim_{\left|\rho_{12}\right| \to 0} J_{fn}(\rho) = -\rho_{11} \log_2 \rho_{22}. \tag{4}$$

В целом процесс записи и воспроизведения информации в резонансной среде [7, 8] можно представить в виде рис. 1.

Полученная структура энтропии фон Неймана показывает, что она не может быть хорошей мерой квантовой информации в случае наличия когерентности в системе. Она мало чувствительна к изменению недиагональной части матрицы плотности, в которой заложена информация о квантовых фазах. Подходящей мерой квантовой информации при наличии когерентности в системе может служить K — сложность и приложения алгоритмической теории информации к описанию квантовых информационных процессов [7, 8].

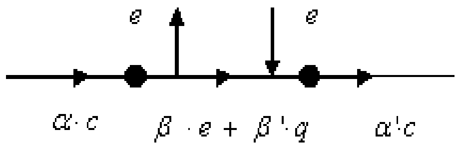

Рис. 1. Преобразование информации в оптическом эхо процессоре. $\alpha{\cdot}c$ — входящие в квантовую систему классические c — биты, $\beta{\cdot}e+\beta'{\cdot}q$ — информация, хранящаяся в квантовой системе в виде виртуальных и квантовых битов, $\bar{e}$ — виртуальные квантовые антибиты, возникающие из-за перепутывания состояний квантовой системы с состояниями резервуара, $\alpha'\cdot c$ — воспроизводимая классическая информация

3. Квантовая структурная информация в среде с фазовой памятью

Поскольку носителем структурной информации в резонансной среде являются переходные динамические решетки, описываемые матрицей плотности, то структурная информация оказывается заложенной в амплитудно-фазовой структуре матрицы плотности ρ. Сопоставим такой матрице взвешенный граф.

В качестве объекта рассмотрим граф G, соответствующий матрице плотности системы элементы которого $\in V(G)$, где V — конечное множество, состоящее из N вершин (помеченных), соответствующих диагональным элементам матрицы плотности и q ребер, соответствующих недиагональным элементам. Таким образом $V = \Gamma \bigcup Q$, где Γ — множество, содержащее элементы вершин графа, а Q — множество, содержащее элементы ребер.

Относительной сложностью K объекта G будем считать минимальную длину $l(p)$ программы p получения из G объекта G_0. Определим количество структурной информации в G относительно G_0 как

$$J = K\left(G, G_0\right) - K\left(G_0\right). \tag{5}$$

Алгоритмический процесс получения из объекта G объекта G_0 расчленим на отдельные шаги ограниченной сложности. Каждый шаг состоит в переработке возникшего к этому шагу состояния объекта G_k в состояние G_{k+1}:

$$G^{k+1} = D_k\left(G^k\right). \tag{6}$$

Оператор D является набором правил по переработке активной части объекта G. Таким образом

$$G_0 = D\left(G\right). \tag{7}$$

Поскольку потенциальная квантовая информация заложена в когерентной части матрицы плотности, активной частью объекта G будем считать элементы $\in Q$. Оператор D определим как оператор удаления (уничтожения) любыми возможными способами элементов из соответствующей активной части объекта G:

$$D\left(Q\right) = 0. \tag{8}$$

Выполнение процедуры (8) приводит к ансамблю множеств $Q^{(k)}$. Так как взвешенному графу G соответствует матрица плотности

$$\rho = \sum_{i,j=1}^{N} \rho_{ij} P_{ij}, \tag{9}$$

где P_{ij}- проективные матрицы (имеют элемент ij равный 1, а остальные равны нулю), то сумма $S\left(t_0\right)$ величин элементов активной части объекта в начальный момент времени будет:

$$S\left(t_0\right) = \mathrm{abs}\left(\sum_{i \neq j} \rho_{ij}\left(t_0\right)\right). \tag{10}$$

Вычисляя соответствующую сумму $S'(t) = \sum S^{(k)}(t)$ в момент времени t для ансамбля множеств $Q^{(k)}$, окончательно получим:

$$J_q = \log_2\left(\frac{S'(t)}{S\left(t_0\right)}\right). \tag{11}$$

Таким образом, выражение (11) с учетом (10) определяет количество квантовой информации системы в q-битах.

4. Процесс преобразования дискретной классической информации в структурную квантовую информацию

Рассмотрим преобразование классической информации $J_c(A)$, заложенной в объектный лазерный импульс, при его воздействии на систему двухуровневых атомов в квантовую информацию J_q, носителями которой являются суперпозиционные состояния атомов.

Объектный импульс представим как последовательность (эшелон) n прямоугольных лазерных импульсов, разделенных произвольными нановременными интервалами. Обозначим временные интервалы как τ_η $(\eta = 1 \ldots n)$. Тогда $\varepsilon_\eta > 0$ будет соответствовать наличию импульса, а $\varepsilon_\eta = 0$ — временному интервалу. Длительность всего эшелона импульсов будет $\delta t = \sum \tau_\eta$ при условии $\delta t \ll T_1, T_2$, где T_1 и T_2 — времена продольной и поперечной необратимой релаксации рассматриваемой системы.

Для описания процесса преобразования классической информации в квантовую наиболее подходящим определением классической информации может служить дифференциальная информационная энтропия Фурье-спектра эшелона лазерных импульсов, поскольку в резонансной среде носителями информации являются q-биты, распределенные в пределах неоднородно уширенной линии резонансного перехода.

В общем случае напряженность Фурье-компоненты электрического поля эшелона импульсов будет иметь вид:

$$E\left(\nu'\right) = \sum_{\eta=1}^{n} \varepsilon_\eta \int\limits_{t_{\eta-1}}^{t_\eta} e^{-i2\pi\nu' t} dt, \tag{12}$$

где ν' — частоты Фурье-спектра, а момент времени t_η начала действия η-го импульса определим как

$$t_\eta = t_0 + \sum_{k=1}^{\eta} \tau_k$$

и будем считать начальный момент времени $t_0 = 0$. Тогда из (12) для величины амплитуды Фурье-компоненты электрического поля эшелона импульсов получим:

$$A\left(\omega'\right) = \left|E\left(\omega'\right)\right| = \sqrt{Re\left(E\left(\omega'\right)\right)^2 + Im\left(E\left(\omega'\right)\right)^2}, \tag{13}$$

где $\omega' = 2\pi\nu'$,

$$Re\left(E\left(\omega'\right)\right)=\sum_{\eta=1}^{n}\varepsilon_\eta\tau_\eta\sin c\left(\omega'\tau_\eta/2\right)\cos\left(\omega'\left(2\sum_{k=1}^{\eta}\tau_k-\tau_\eta\right)/2\right), \tag{14}$$

$$Im\left(E\left(\omega'\right)\right)=\sum_{\eta=1}^{n}\varepsilon_\eta\tau_\eta\sin c\left(\omega'\tau_\eta/2\right)\sin\left(\omega'\left(2\sum_{k=1}^{\eta}\tau_k-\tau_\eta\right)/2\right). \tag{15}$$

Дифференциальную информационную энтропию Фурье-спектра эшелона лазерных импульсов определим как $J_c'=J_c-J_{c_0}$, где

$$J_c=-\int\limits_{-\infty}^{\infty}p\left(\omega\right)'\log_2 p\left(\omega'\right)d\omega', \tag{16}$$

$$p\left(\omega'\right)=\frac{A\left(\omega'\right)}{\int_{-\infty}^{\infty}A_0\left(\omega'\right)d\omega'}, \tag{17}$$

где $A_0\left(\omega'\right)$ определяется из выражения (13) при одинаковых временных интервалах τ_η, J_{c_0} определяется аналогично (16) при одинаковых амплитудах ε_η и временных интервалов τ_η в выражениях (14) и (15) .

Для нахождения величины квантовой информации (алгоритмической или фон Неймана) надо вычислить матрицу плотности резонансной системы после воздействия объектного импульса (эшелона).

Найдем матрицу плотности при взаимодействии атома с отдельной Фурье - компонентой поля эшелона импульсов с последующим усреднением по всем частотам. Напряженность электрического поля Фурье - компоненты поля импульса запишем как

$$\tilde{E}\left(\omega'\right)=\frac{1}{2}\left[E^*\left(\omega'\right)e^{i(\omega-\omega')t}+E\left(\omega'\right)e^{-i(\omega-\omega')t}\right]. \tag{18}$$

Уравнение для Фурье-компоненты одночастичной матрицы плотности в этом случае запишем в виде

$$\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial t}=-\frac{i}{\hbar}\left[B,\tilde{\rho}\right], \tag{19}$$

где

$$B=\tilde{J}_{c_0}-\hbar A+\tilde{V},\quad J_{c_o}=\hbar\left(\Omega-\Omega'\right)P_{22},\quad A=\left(\omega-\omega'\right)P_{22},$$
$$e^{\pm iAt}=P_{11}+P_{22}e^{\pm i(\omega-\omega')t},\quad \tilde{V}=-\frac{1}{2}d\left[E^*\left(\omega'\right)P_{12}+E\left(\omega'\right)P_{21}\right],$$
$$B=\begin{pmatrix}0 & -\frac{1}{2}dE^*\left(\omega'\right)\\ -\frac{1}{2}dE\left(\omega'\right) & \hbar\left(\omega'-\Omega'\right)\end{pmatrix},$$

d — дипольный момент резонансного перехода, а P_{ij} — проективные матрицы (имеют элемент ij равный 1 , а остальные = 0) .

Решение уравнения (19) запишем в виде

$$\tilde{\rho}(t)=e^{-i\hbar^{-1}Bt}\rho(0)e^{ih^{-1}Bt}. \tag{20}$$

Окончательный результат для величины квантовой алгоритмической информации будет иметь вид:

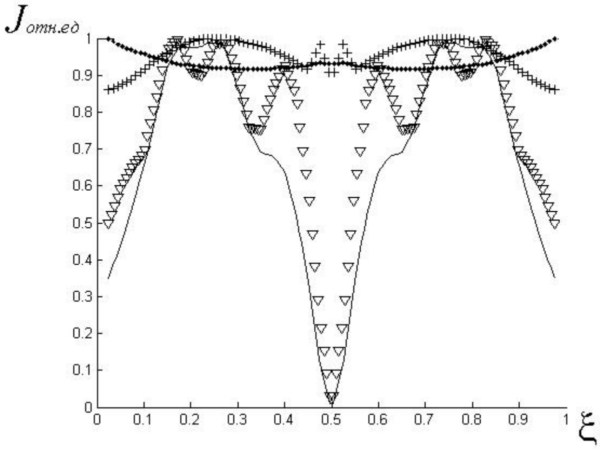

РИС. 2. Информационные меры в случае изменения положения среднего импульса в эшелоне объектного импульса. $\xi = \tau_1/(\tau_1 + \tau_2)$; $\theta = \pi/2$ — площадь объектного импульса; $n = \sigma \cdot \delta t = 5$, где σ — ширина неоднородно уширенной линии, δt — длительность эшелона импульсов.
∇ — J_c ,классическая информация;
— - J_q, квантовая информация;
$\bullet$ — J_{fn-Re}, действительная часть комплексной энтропии фон Неймана;
$+$ — J_{fn-Im}, мнимая часть комплексной энтропии фон Неймана

$$J_q = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p\left(\omega'\right) d\omega' \int\limits_{-\infty}^{\infty} g\left(\Omega'\right) J_q\left(\omega', \Omega'\right) d\Omega', \tag{21}$$

где $g\left(\Omega'\right)$ — функция распределения по частотам неоднородно уширенной линии резонансного перехода, а $J_q\left(\omega', \Omega'\right)$ определяется выражением (11) .

Аналогично для энтропии фон Неймана будем иметь

$$J_{fn} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p\left(\omega'\right) d\omega' \int\limits_{-\infty}^{\infty} g\left(\Omega'\right) J_{fn}\left(\rho\left(\omega', \Omega'\right)\right) d\Omega', \tag{22}$$

где $J_{fn}\left(\rho\left(\omega', \Omega'\right)\right)$ определяется выражением (3). После воздействия на резонансную среду объектного импульса, несущего классическую информацию, она оказывается распределенной между отдельными изохроматами неоднородно уширенной линии, то есть возникает «информационно - фазовая решетка» в пределах неоднородно уширенной линии резонансного перехода. Каждый отдельный q-бит может содержать классическую часть информации (диагональная часть матрицы плотности) и амплитудную квантовую часть информации (недиагональная часть матрицы плотности).

В случае, когда информация заложена в нановременные интервалы между лазерными импульсами, минимальной структурой несущей информацию, является последовательность трех импульсов с неодинаковыми временными интервалами τ_1 и τ_2 между ними. Для такой структуры результат преобразования $J_c \to J_q$ и $J_c \to J_{fn}$ представлен на рис. 2 и рис. 3.

На рис. 2 представлены значения информационных мер при изменении положения среднего возбуждающего импульса в эшелоне (объектный импульс состоит из 3-х импульсов). В данном случае наибольший коэффициент корреляции получается между классической и квантовой информацией $R_{J_c-J_q} = 0,92$, между классической информацией и энтропией фон Неймана $R_{J_c-J_{fn}} = -0.39$, между классической информацией и действительной частью комплексного значения энтропии фон Неймана $R_{J_c-J_{fn\_Re}} = -0.41$, между классической и мнимой частью комплексного значения энтропии фон Неймана $R_{J_c-J_{fn\_Im}} = 0.53$.

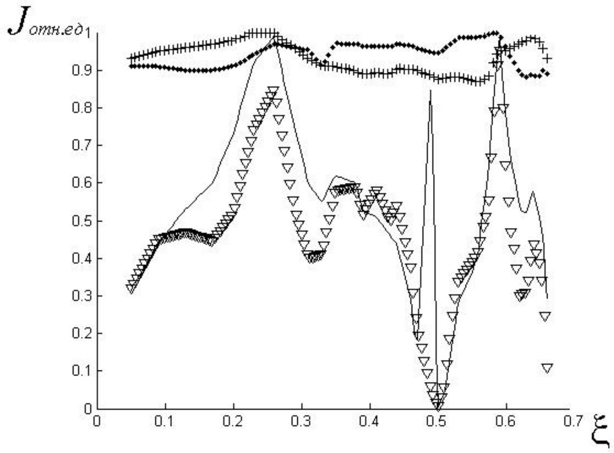

Рис. 3. Информационные меры в случае изменения положения крайнего импульса в эшелоне объектного импульса. $\xi = \tau_1 / (\tau_1 + \tau_2)$; $\theta = \pi/2$ — площадь объектного импульса; $n = \sigma \cdot \delta t > 4$, где σ — ширина неоднородно уширенной линии, δt — длительность всего эшелона импульсов.
∇ — J_c, классическая информация;
— - J_q, квантовая информация;
$\bullet$ — J_{fn-Re}, действительная часть комплексной энтропии фон Неймана;
$+$ — J_{fn-Im}, мнимая часть комплексной энтропии фон Неймана

На рис. 3 представлены значения информационных мер при изменении положения крайнего возбуждающего импульса в эшелоне (объектный импульс состоит из 3-х импульсов). Аналогично, наибольший коэффициент корреляции получается между классической и квантовой информацией $R_{J_c-J_q} = 0.74$, между классической информацией и энтропией фон Неймана $R_{J_c-J_{fn}} = 0.34$, между классической информацией и действительной частью комплексного значения энтропии фон Неймана $R_{J_c-J_{fn\_Re}} = 0.35$, между классической и мнимой частью комплексного значения энтропии фон Неймана $R_{J_c-J_{fn\_Im}} = 0.34$.

Таким образом, наибольшая корреляция наблюдается между классической и квантовой информацией, а с энтропией фон Неймана величина корреляции классической информации значительно меньше. Это показывает, что фон Неймановская энтропия мало пригодна для описания процессов преобразования классической информации в квантовую и более подходящей является мера, основанная на алгоритмической теории информации J_q.

5. Заключение

Наилучшей классической информационной мерой в случае кодирования информации в нановременных интервалах, является дифференциальная информационная энтропия Фурье-спектра эшелона лазерных импульсов. При преобразовании классической информации в квантовую, наиболее подходящей мерой является квантовая информационная мера, основанная на алгоритмической теории информации так как она имеет наибольшую корреляцию с классической информационной мерой. Кодирование информации в нановременных интервалах между возбуждающими лазерными импульсами приводит к минимальным искажениям информации в отклике резонансной системы.

Литература

[1] Kalachev A. A., Samartsev V.V. Coherent phenomena in optics. — Kazan: Kazan, State University, 2003. — 280 p.
[2] Mitsunaga M., Yano R., Uesugi N. Time and frequency-domain hybrid optical memory: 1,6kbit data storage in Eu3+R:Y2Si05 // Opt. Lett. — 1991. — 16(23). — P. 1890-1892.
[3] Un H., Wang T., Wilson GA., Mossberg T.W. Experimental demonstration of swept-carrier time-domain optical memory // Opt. Lett. — 1995. — 20. — P. 91-93.
[4] Un H., Wang T., Mossher T.W. Demonstration of 8-Gbit / in.2 areal storage density based on swept-carrier frequency-selective optical memory // Opt. Lett. — 1995. — 20. — P. 1658-1660.
[5] Schumacher B. Quantum coding // Phys. Rev. A. — 1995. — 51. — P. 2738-2747.
[6] Cerf N. J., Adami C., Phys. Negative Entropy and Information in Quantum Mechanics // Rev. Lett. — 1997. — 79(26). — P. 5194-5197.
[7] Nefed'ev L. A., Rusanova I .A., Information Processes in Optical Echo Holography // Optics and Spectr. — 2001. — 90(6). — P. 906-910.
[8] Nefed'ev L. A., Rusanova I .A. Copying Quantum Information in a Three-Level Medium with a Phase Memory // Laser Physics. — 2002. — 12(3). — P. 1-6.